

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ,  
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

---

**Μελέτη της καταστατικής εξίσωσης  
της πυρηνικής ύλης και εφαρμογές  
σε στατικούς και γρήγορα  
περιστρεφόμενους αστέρες  
νετρονίων**

---

*Υποψήφιος διδάκτορας:*  
Χ. ΜΑΡΓΑΡΙΤΗΣ

*Επιβλέπων καθηγητής:*  
Χ. ΜΟΥΣΤΑΚΙΔΗΣ

Φεβρουάριος, 2021

# Περίληψη

Στην παρούσα διατριβή κάνουμε μια προσπάθεια να μελετήσουμε τη συμπεριφορά της καταστατικής εξίσωσης (ΚΕ) των αστέρων νετρονίων αξιοποιώντας διάφορα πυρηνικά μοντέλα, συγκρίνοντας τις ΚΕς που προκύπτουν από αυτά. Για το σκοπό αυτό εισάγουμε περιορισμούς στην ΚΕ μέσα από διάφορα φυσικά μεγέθη και επεκτείνουμε την επίδραση πάνω στα τελευταία όχι μόνο για στατικούς αλλά και για αστέρες νετρονίων που βρίσκονται στην ακολουθία *Kepler* (δηλαδή οι οποίοι περιστρέφονται με τη μέγιστη επιτρεπόμενη γωνιακή ταχύτητα). Ταυτόχρονα εξετάζουμε την περιοχή ανάμεσα στο φλοιό και τον εξωτερικό πυρήνα (χαμηλές πυκνότητες) με εφαρμογή σε θέματα αστροφυσικής, που αφορούν τους αστέρες νετρονίων, ενώ η μελέτη μας για το άνω όριο που πρέπει να έχει η ταχύτητα του ήχου γίνεται κύρια μέσω κατάλληλης παραμετροποίησης ώστε να βγουν συμπεράσματα για την ΚΕ στις υψηλές πυκνότητες (μεγαλύτερες της πυρηνικής πυκνότητας κορεσμού). Τέλος, επεκτείνουμε τη δουλειά γύρω από την περιοχή πυρήνα-φλοιού με τη μελέτη των επιδράσεων που προκαλούν όροι ανώτερης τάξης του αναπτύγματος της ενέργειας στις τιμές της πυκνότητας μετάβασης και της αντίστοιχης πίεσης. Στη συνέχεια εξετάζουμε πως αυτά τα αποτελέσματα με τη σειρά τους επηρεάζουν ιδιότητες στατικών και αργά περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων.

# Περιεχόμενα

<b>Πρόλογος</b>	<b>v</b>
<b>Ευχαριστίες</b>	<b>vi</b>
<b>Η ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ</b>	<b>1</b>
Για τους αστέρες νετρονίων και τη δομή τους . . . . .	1
Η μαθηματική περιγραφή τους . . . . .	7
Για την κατασκευή της καταστατικής εξίσωσης . . . . .	8
<b>1 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ</b>	<b>11</b>
1.1 Γενικοί περιορισμοί . . . . .	11
1.2 Το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου και οι επιδράσεις του . . . .	12
1.3 Το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου στους τάχιστα περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων . . . . .	15
1.3.1 Για τα μοντέλα με ομοιόμορφη περιστροφή . . . . .	17
1.4 Η διεπαφή φλοιού-πυρήνα και οι επιδράσεις της . . . . .	19
<b>2 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ</b>	<b>23</b>
2.1 Η καταστατική εξίσωση για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας	23
2.2 Για τα πυρηνικά μοντέλα . . . . .	25
2.3 Οι επιδράσεις της ταχύτητας του ήχου στη ΚΕ για ύλη β-ευστάθειας	25
2.4 Η παλιρροϊκή πολωσιμότητα και το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου . . . . .	32
<b>3 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΣΤΗΝ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑ ΚΕPLER</b>	<b>40</b>
3.1 Όρια της ταχύτητας του ήχου και καταστατική εξίσωση για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας σε περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων . . . . .	40
3.2 Περιορισμοί στις μακροσκοπικές ιδιότητες και παρουσίαση των αποτελεσμάτων . . . . .	45
3.2.1 Βαρυτική μάζα και ακτίνα . . . . .	45
3.2.2 Γωνιακή ταχύτητα <i>Kepler</i> . . . . .	48

3.2.3	Παράμετρος <i>Kerr</i> . . . . .	48
3.2.4	Ροπή αδράνειας . . . . .	51
3.2.5	Ακολουθίες σταθερής βαρυονικής μάζας . . . . .	54
3.2.6	Ελάχιστη περίοδος περιστροφής . . . . .	57
3.2.7	Κεντρική πυκνότητα . . . . .	59
3.2.8	Για τα αποτελέσματα των προσεγγίσεων . . . . .	60
3.3	Σύντομα σχόλια πάνω στα αποτελέσματα . . . . .	60
<b>4</b>	<b>ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΣΥΝΟΡΟ ΦΛΟΙΟΥ-ΠΥΡΗΝΑ ΑΡΓΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟ-</b>	
	<b>ΜΕΝΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ</b>	<b>61</b>
4.1	Η δυναμική μέθοδος . . . . .	61
4.2	Για τα πυρηνικά μοντέλα . . . . .	68
4.3	Εφαρμογές στην αστροφυσική . . . . .	69
4.3.1	Ακτίνα και μάζα του φλοιού . . . . .	69
4.3.2	Συχνότητες ταλάντωσης αστέρων νετρονίων . . . . .	73
4.3.3	Χρόνος θερμικής αποκατάστασης του φλοιού . . . . .	74
4.3.4	Ροπή αδράνειας του φλοιού και ανωμαλίες περιστροφής παλμιτών . . . . .	74
4.3.5	Αστάθεια κατάστασης $r$ περιστρεφόμενου αστέρα νετρονίων	75
4.4	Συμπεράσματα και σχόλια . . . . .	80
4.4.1	Η ακρίβεια της δυναμικής μεθόδου και οι συνιστώσες κλίσης $D_{ij}$ . . . . .	80
4.4.2	Πυκνότητες μετάβασης και πιέσεις μετάβασης με βάση τα πυρηνικά μοντέλα και τις αντίστοιχες προσεγγίσεις . . .	81
4.4.3	Η προσέγγιση για την $M_{crust}$ και σχέσεις για την πίεση μετάβασης . . . . .	82
4.4.4	Επιδράσεις στις συχνότητες των $QPOs$ και στη θερμική αποκατάσταση του φλοιού . . . . .	83
4.4.5	Επιδράσεις στη ροπή αδράνειας του φλοιού . . . . .	84
4.4.6	Επιδράσεις στις αστάθειες των καταστάσεων $r$ . . . . .	88
4.5	Επιδράσεις όρων ανώτερης τάξης της ενέργειας συμμετρίας . .	91
4.5.1	Σχετικά με τα πυρηνικά μοντέλα . . . . .	91
4.5.2	Για τις εφαρμογές σε ιδιότητες αστέρων νετρονίων . . . .	92
4.5.3	Παρουσίαση αποτελεσμάτων και σχόλια . . . . .	96
<b>5</b>	<b>ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ</b>	<b>109</b>
<b>A'</b>	<b>ΠΥΡΗΝΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ</b>	<b>114</b>
A'.1	Το μοντέλο <i>MDI</i> . . . . .	114
A'.2	Το μοντέλο <i>NLD</i> . . . . .	115
A'.3	Το μοντέλο <i>HLPS</i> . . . . .	116
A'.4	Το μοντέλο <i>H - HJ</i> . . . . .	117
A'.5	Τα μοντέλα <i>Skyrme</i> . . . . .	117
A'.6	Η σχετικιστική κινητική θεωρία . . . . .	117



# Πρόλογος

Το Κεφάλαιο 2 της παρούσας διατριβής βασίζεται σε υλικό από τη δημοσίευση: "Bounds on the speed of sound in dense matter, and neutron star structure", Ch. C. Moustakidis, T. Gaitanos, Ch. Margaritis, and G. A. Lalazissis, *Phys. Rev. C* 95, 045801 (2017). Με τη σειρά του, το Κεφάλαιο 3 βασίζεται στη δημοσίευση: "Speed of sound constraints on maximally rotating neutron stars", Ch. Margaritis, P. S. Koliogiannis, and Ch. C. Moustakidis, *Phys. Rev. D* 101, 043023 (2020). Επίσης, το Κεφάλαιο 4 στηρίζεται στη δουλειά: "Effects of the equation of state on the core-crust interface of slowly rotating neutron stars", L. Tsaloukidis, Ch. Margaritis, and Ch. C. Moustakidis, *Phys. Rev. C* 99, 015803 (2019). Τέλος, η ενότητα 4.5 βασίζεται σε υλικό από δουλειά που αναμένεται η εξέλιξή της και έχει ανέβει στο *arXiv*: "Crust-core interface and bulk neutron star properties", Ch. Margaritis, P.S. Koliogiannis, and Ch.C. Moustakidis, *arXiv*: 2102.10948 (2021).

# Ευχαριστίες

Η περάτωση της παρούσας διατριβής πραγματοποιήθηκε με τη συνεισφορά και στήριξη αρκετών ατόμων, τους οποίους σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω. Πρώτα και κύρια, τα μέλη της τριμελούς επιτροπής μου, κ. Λαλαζήση και κ. Γαϊτάνο, για τη στήριξη που παρείχαν και ιδιαίτερα τον επιβλέποντά μου, κ. Μουστακίδη, χωρίς τη καθοδήγηση και την υπομονή του οποίου δε θα γινόταν πραγματικότητα αυτή η δουλειά. Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα πρέπει να δώσω και στον κ. Τσαλουκίδη για τη συνεργασία μας στη δημοσίευση "Effects of the equation of state on the core-crust interface of slowly rotating neutron stars", Phys. Rev. C 99, 015803 (2019). Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα δημιουργικά σχόλια του Dr. Stefan Typel σχετικά με την παραμετροποίηση της ταχύτητας του ήχου. Ευχαριστώ, επίσης, το φίλο και συνάδελφο κ. Χρόνη Κολιογιάννη για τη συνεργασία μας στη δημοσίευση "Speed of sound constraints on maximally rotating neutron stars", Phys. Rev. D 101, 043023 (2020) και τους υπολογισμούς που πραγματοποίησε στα πλαίσια αυτής της δουλειάς με τον κώδικα RNS, καθώς και για την εν εξελίξη δουλειά μας "Crust-core interface and bulk neutron star properties", arXiv: 2102.10948 (2021). Επίσης, ευχαριστίες οφείλω να δώσω στον κ. Κανάκη-Πέγιο για τη συνεισφορά του στην τελευταία δουλειά πάνω στο ζήτημα της παλιρροϊκής πολωσιμότητας, όπως και στον καθ. Κ. Κόκκοτα για τα σχόλιά του σε αρκετές από τις δημοσιεύσεις μας. Τέλος, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου για τη στήριξη που μου παρείχε αυτά τα έξι χρόνια των διδακτορικών μου σπουδών.

# Η ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ

Οι αστέρες νετρονίων αποτελούν τα πιο πυκνά αστέρια που μπορούμε να παρατηρήσουμε αυτή τη στιγμή. Με τη μέση τους πυκνότητα να ξεπερνάει σημαντικά την πυρηνική πυκνότητα κορεσμού<sup>1</sup> (*nuclear saturation density*), οι αστέρες νετρονίων είναι ένα απ' τα κυρίαρχα αντικείμενα μελέτης της Πυρηνικής Αστροφυσικής. Τόσο ο καθορισμός της μέγιστης μάζας τους, που πρέπει να έχουν ως συνέπεια της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας (ΓΘΣ), όσο και η γνώση μας γύρω από την ακριβή εσωτερική δομή τους συγκαταλέγονται στα ανοιχτά προβλήματα της. Προβλήματα τα οποία σχετίζονται με την ταυτοποίηση μελανών οπών και τη δημιουργία αστέρων νετρονίων από εκρήξεις υπερκαινοφανών αλλά και με τη μελέτη της καταστατικής εξίσωσης (ΚΕ) της πυκνής πυρηνικής ύλης (*dense matter*). Επίσης, παρατηρούνται ως πηγές βαρυτικών κυμάτων εξαιτίας των σχετικιστικών χαρακτηριστικών τους. Γενικότερα, οι παρατηρήσεις γύρω από τους αστέρες νετρονίων είναι κρίσιμες για την καλύτερη κατανόηση της αδρονικής ύλης σε μεγάλες πυκνότητες. Η δομή ενός αστέρα νετρονίων καθορίζεται από την ΚΕ της πυκνής πυρηνικής ύλης, δηλαδή από τη σχέση ανάμεσα στη εσωτερική πίεση  $P$  και τη πυκνότητα μάζας  $\rho = \mathcal{E}/c^2$ , όπου  $\mathcal{E}$  είναι η πυκνότητα ενέργειας και  $c$  η ταχύτητα του φωτός.

## Για τους αστέρες νετρονίων και τη δομή τους

Ανήκουν στη κατηγορία των συμπαγών αστέρων (*compact stars*), όπως οι λευκοί νάνοι και οι μαύρες τρύπες (πιθανά). Είναι, ουσιαστικά, κατάλοιπα φωτεινών αστέρων. Όπως προαναφέραμε, οι αστέρες νετρονίων είναι πυκνά αντικείμενα με τυπική μάζα  $1.4 M_{\odot}$ <sup>2</sup> που περιέχεται σε ακτίνα  $R$  της τάξης των 10-15 km. Σχετικά πρόσφατα μάλιστα, ανακαλύφθηκαν αστέρες νετρονίων με μάζες  $M = 1.908 \pm 0.016 M_{\odot}$  [1],  $M = 2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$  [2],  $M = 2.14^{+0.10}_{-0.09} M_{\odot}$  [3]

<sup>1</sup>Η πυρηνική πυκνότητα κορεσμού είναι η πυκνότητα μάζας της πυρηνικής ύλης σ' ένα βαρύ ατομικό πυρήνα με τιμή  $\rho_s = 2.8 \cdot 10^{14} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  ή εκφρασμένη σε βαρυονική πυκνότητα  $n_s = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ .

<sup>2</sup>Είναι η μάζα του Ήλιου που έχει την τιμή  $M_{\odot} = 1.989 \cdot 10^{33} \text{ g}$ .

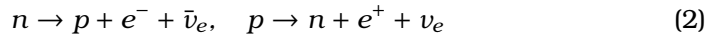


και  $M = 2.27_{-0.15}^{+0.17} M_{\odot}$  [4] (για περισσότερες λεπτομέρειες δείτε την [37]). Αυτές οι τιμές μαζών είναι και οι μέγιστες που έχουν παρατηρηθεί για αστέρες νετρονίων, βάζοντας έτσι περιορισμούς στη ΚΕ όπως θα δούμε και παρακάτω. Επίσης, ως αστέρες, περιστρέφονται με τη συχνότητά τους να κυμαίνεται από μερικά Hz μέχρι περίπου 700 Hz (με τη μέγιστη παρατηρούμενη να είναι στα 716 Hz για τον *PSR J1748 – 2446*). Αξιοποιώντας τα παραπάνω χαρακτηριστικά μπορεί κανείς να υπολογίσει την τεράστια βαρυτική δυναμική ενέργεια  $E_{grav}$  και την αντίστοιχη επιτάχυνση της βαρύτητάς τους  $g$  να είναι της τάξης

$$E_{grav} \sim GM^2/R \sim 0.2Mc^2 \quad g \sim GM/R^2 \sim 2 \cdot 10^{14} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}, \quad (1)$$

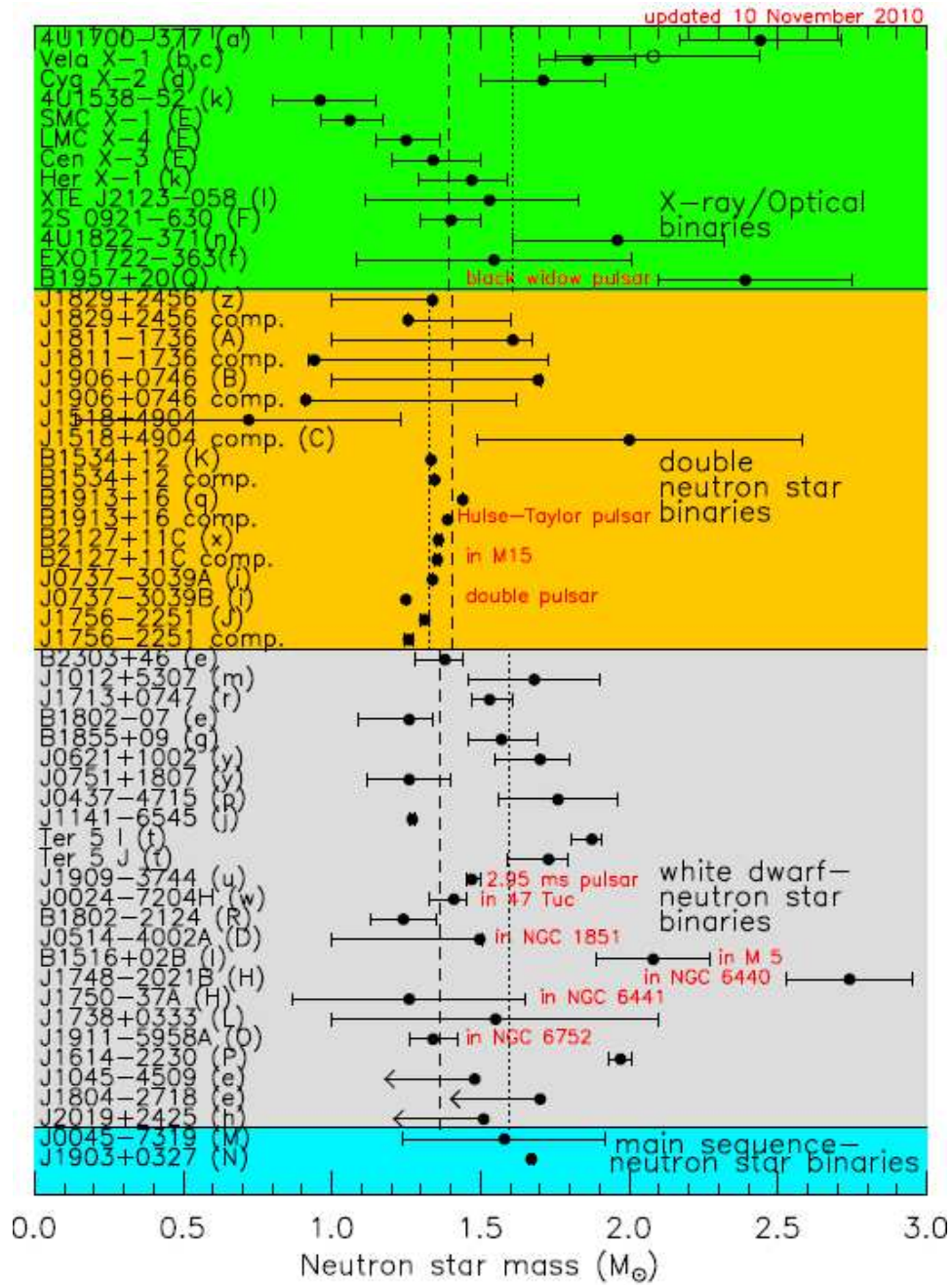
όπου  $G$  είναι η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και  $c$  η ταχύτητα του φωτός. Επιπρόσθετα, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση πυκνότητα μάζας τους, που έχει τιμή 2-3 φορές αυτή της πυρηνικής πυκνότητας κορεσμού  $\rho_s$ , ενώ η κεντρική τους πυκνότητα είναι ακόμα μεγαλύτερη (σχεδόν υπερδεκαπλάσια της  $\rho_s$ ). Είναι εμφανές από τα παραπάνω χαρακτηριστικά ότι οι αστέρες νετρονίων έχουν ύλη υπερπυρηνικής πυκνότητας (*supranuclear density*).

Όπως μας πληροφορεί ο *Lattimer* στην [7], όταν πρωτοδημιουργούνται η θερμοκρασία στο εσωτερικό τους ξεπερνά τους  $10^{12}$  K. Μέσω του μηχανισμού ψύξης με νετρίνα (*neutrino cooling*), όπου κυριάρχο ρόλο έχουν η δημιουργία ζευγών και οι άμεσες αντιδράσεις τύπου *URCA*



που λαμβάνουν χώρα λόγω του πεπερασμένου της θερμοκρασίας, ελαττώνοντας έτσι τη θερμοκρασία κάτω από  $10^{10}$  K και εκφυλίζοντας την ύλη. Υπάρχουν αρκετά ανοιχτά θέματα και σε αυτή την ενότητα αλλά δε θα μας απασχολήσουν παραπέρα στην παρούσα δουλειά. Αξίζει μόνο να σημειώσουμε ότι ακόμα και αν ο πυρήνας (για τη δομή θα πούμε παρακάτω) ψύχεται γρήγορα λόγω των αντιδράσεων τύπου *URCA*, η επιφάνεια του νεοδιαμορφωμένου αστέρα νετρονίων παραμένει αρκετά θερμή για 30-100 χρόνια (αυτός είναι ο χρόνος θερμικής αποκατάστασης του φλοιού). Τελικά, η θερμοκρασία στην επιφάνειά του, μετά από τις παραπάνω διαδικασίες, κατεβαίνει στους  $10^6$  K. Αποτέλεσμα αυτού είναι το φάσμα της ακτινοβολίας να βρίσκεται στην περιοχή των ακτίνων X για αυτή τη θερμοκρασία.

Η ανακάλυψη των παλμιτών (*pulsars*) αποτέλεσε σημαντικό σταθμό για τη θεωρία των αστέρων νετρονίων, μιας και είναι η παρατηρησιακή βάση των τελευταίων (όπως αναφέρεται χαρακτηριστικά στη βιβλιογραφία [5, 6]), αν και δεν είναι αποδεδειγμένο ακόμα ότι ταυτίζονται. Οι παλμίτες είναι σημαντική πηγή πληροφοριών για τις ιδιότητες των αστέρων νετρονίων. Υποθέτουμε για αυτούς ότι είναι ισχυρά μαγνητισμένοι περιστρεφόμενοι αστέρες νετρονίων, όπου ο άξονας περιστροφής και ο μαγνητικός τους άξονας έχουν μια γωνιακή απόκλιση με αποτέλεσμα να έχουν συμπεριφορά ανάλογη ενός φάρου κατά την εκπομπή της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Με βάση τους υπολογισμούς τα έντονα μαγνητικά πεδία των παλμιτών είναι της τάξης των  $10^{12}$  G.



Σχήμα 1: Μετρήσεις μαζών αστέρων νετρονίων από διπλά συστήματα (Περισσότερες λεπτομέρειες στην [193]).

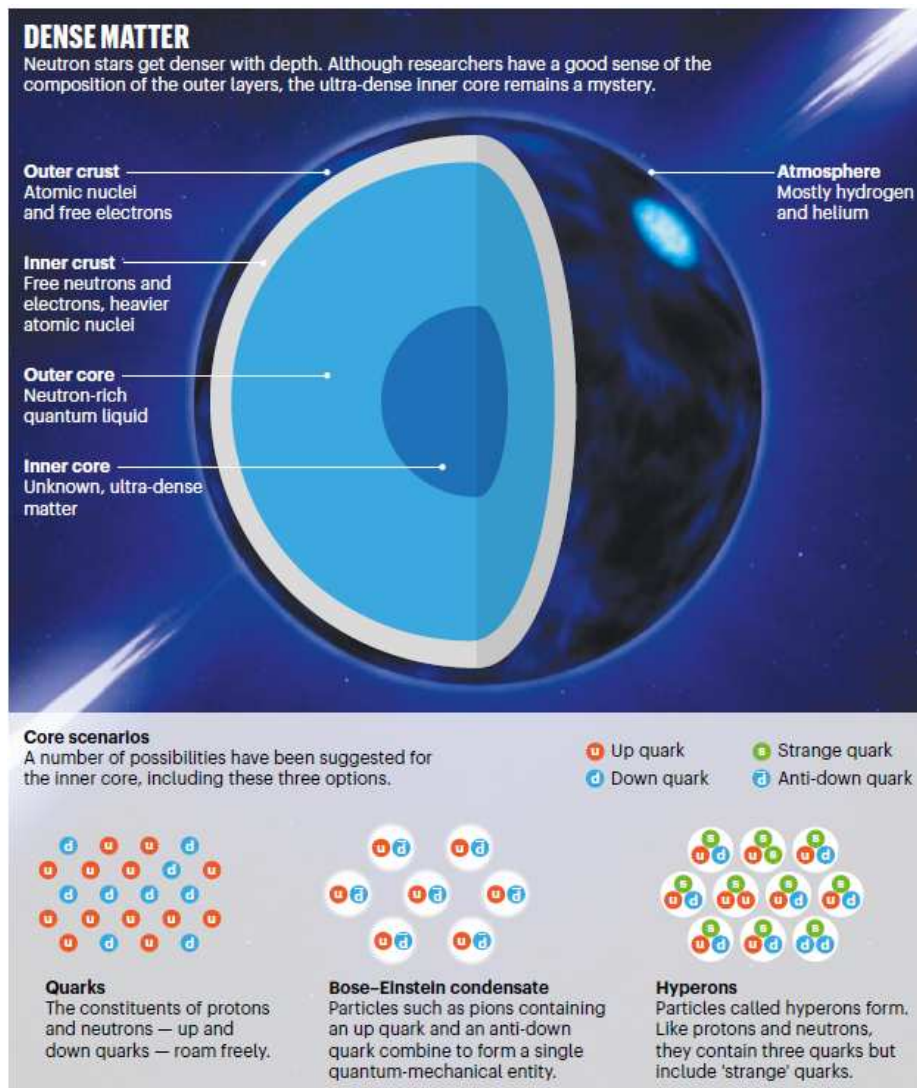
Οι πληροφορίες από τους παλμίτες μπορούν να βοηθήσουν στη μελέτη ιδιοτήτων των αστέρων νετρονίων αλλά και περιορισμού της ΚΕ. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν οι ανωμαλίες που εμφανίζουν κατά την περιστροφή τους (*pulsar glitches*), δηλαδή η συστηματική διακοπή της κατά τα άλλα κανονικής παλμικής τους δραστηριότητας. Παρά το γεγονός ότι είναι άγνωστη η προέλευσή τους έχουμε ενδείξεις πως αποτελούν ολικά φαινόμενα (*global phenomena*) και ότι σχετίζονται με μεταφορά στροφορμής προς το φλοιό (*crust*) του αστέρα νετρονίων από την υπέρρευση στην κανονική συνιστώσα [7]. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση του παλμίτη *Vela* όπου η γωνιακή ορμή που παρατηρήθηκε να έχει μεταφερθεί συνιστά τουλάχιστον το 1.4% της συνολικής του [8].

Η πλειονότητα των παρατηρήσεων που αφορούν τους αστέρες νετρονίων προέρχονται από διπλά συστήματα αστέρων, για παράδειγμα αστέρα νετρονίων με αστέρα νετρονίων που έχουν έρθει αρκετά κοντά ώστε λόγω βαρύτητας να συνενωθούν σε κάτι καινούργιο (*merger*) (π.χ. μια μελανή οπή, αν οι αρχικές τους μάζες είναι αρκετά μεγάλες). Χαρακτηριστικές περιπτώσεις μπορούμε να δούμε στο Σχήμα 1., όπως παρατίθεται αυτό στην [9].

Στο σημείο αυτό, και έχοντας ήδη παρουσιάσει κάποια βασικά χαρακτηριστικά των αστέρων νετρονίων, θα δούμε παρακάτω ποια είναι η πιθανή εσωτερική δομή ενός τέτοιου συμπαγούς αντικειμένου. Σύμφωνα με την επικρατούσα αντίληψη [5, 7], ένας αστέρας νετρονίων χωρίζεται στην *ατμόσφαιρα* και σε τέσσερις εσωτερικές περιοχές: τον *εξωτερικό φλοιό [ή φάκελο (envelope)]*, τον *εσωτερικό φλοιό (ή φλοιό)*, τον *εξωτερικό πυρήνα* και τον *εσωτερικό πυρήνα*. Αναπαράσταση αυτής της διαμέρισης βλέπουμε στο Σχήμα 2. (που δανειστήκαμε από την [10]).

Παρά το γεγονός ότι η ατμόσφαιρα και ο εξωτερικός φλοιός έχουν αμελητέα συνεισφορά στη συνολική μάζα του αστέρα, η μεν πρώτη παίζει σημαντικό ρόλο στο φάσμα της αναδύμενης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ενώ ο δε δεύτερος σχετίζεται με το μηχανισμό μεταφοράς και απελευθέρωσης θερμικής ενέργειας από την επιφάνεια του αστέρα [7]. Η ατμόσφαιρα είναι ουσιαστικά μια λεπτή στρώση πλάσματος με πάχος που κυμαίνεται ανάμεσα σε μερικές δεκάδες εκατοστόμετρα για ένα θερμό αστέρα νετρονίων (με επιφανειακή θερμοκρασία της τάξης των  $10^6$  K) και σε μερικά mm για ψυχρό (με αντίστοιχη θερμοκρασία της τάξης των  $10^5$  K) [5]. Η ακτινοβολία που εκπέμπεται από την ατμόσφαιρα παρέχει πληροφορίες για διάφορες παραμέτρους που σχετίζονται με την επιφάνεια (όπως τη χημική της σύνθεση, την επιφανειακή βαρύτητα, τη δυναμική του μαγνητικού πεδίου και άλλα) καθώς και για τις μάζες και τις ακτίνες των υπό μελέτη αστέρων νετρονίων. Αντίστοιχα ο εξωτερικός φλοιός ξεκινά από εκεί που σταματά η ατμόσφαιρα και εκτείνεται για μερικές εκατοντάδες μέτρα ώσπου να φτάσουμε σε μια περιοχή με πυκνότητα περίπου  $\rho_{ND}^3$ . Στη περιοχή αυτή συναντάμε ιόντα ατόμων και ηλεκτρόνια, όπου η

<sup>3</sup>Η τιμή είναι περίπου ίση με  $4 \cdot 10^{11} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  και είναι το σημείο εκείνο (το λεγόμενο *neutron drip*) στο οποίο η ενέργεια που απαιτείται για να αφαιρεθεί ένα νετρόνιο από ένα



Σχήμα 2: Αναπαράσταση του εσωτερικού ενός αστέρα νετρονίων και τα πιθανά σενάρια για την κατάσταση της ύλης στον πυρήνα του.

πίεση παρέχεται κυρίως από τα τελευταία. Σε βαθύτερες στρώσεις τα ιόντα σχηματίζουν ένα ισχυρά συζευγμένο σύστημα *Coulomb* (υγρό ή στερεό), με το μεγαλύτερο μέρος του φακέλου να είναι στεροποιημένο. Καθώς η ενέργεια *Fermi* των ηλεκτρονίων αυξάνει με αύξηση της πυκνότητας, οδηγούμαστε σε περισσότερες αρπαγές  $\beta$  από τους πυρήνες με αποτέλεσμα τον εμπλουτισμό τους με νετρόνια. Πάνω από την πυκνότητα  $\rho_{ND}$ , στη βάση αυτής της περιοχής, τα νετρόνια ξεφεύγουν από τους πυρήνες και τα βρίσκουμε να διαμορφώνουν ένα αέριο ελεύθερων νετρονίων (για περισσότερα βλέπε [5]).

Όσον αφορά τον εσωτερικό φλοιό, αυτός έχει πάχος περίπου 1 km και περιέχει κυρίως ηλεκτρόνια, ελεύθερα νετρόνια και πυρήνες πλούσιους σε νετρόνια. Η πυκνότητα σε αυτή την περιοχή κυμαίνεται μεταξύ  $\rho_{ND}$  και  $\sim 0.5\rho_s$ . Το εύρος των πυρήνων που συναντάμε εδώ εξαρτάται από την πυκνότητα, η οποία αυξάνει όσο προχωράμε προς τα μέσα, με αποτέλεσμα να φτάνουμε σε πυρήνες με  $A \sim 200$  αλλά με ποσοστό πρωτονίων (*proton fraction*)  $x \sim (0.1 - 0.2)$  κοντά στη διεπαφή φλοιού-πυρήνα ( $n \approx n_s/3$ ) [7]. Ουσιαστικά οι πυρήνες εξαφανίζονται στη περιοχή της διεπαφής και μέχρι εκείνη την τιμή πυκνότητας υπάρχει μια συνεχής αλλαγή της μορφής των πυρήνων από 3 - *D* (*meatballs*), σε 2 - *D* κυλινδρικούς (*spaghetti*) και σε τελικό στάδιο, μετά από αρκετά άλλα, σε μια ομοιόμορφη νουκλεονική ύλη (*sauce*). Τα προαναφερόμενα στάδια μετάβασης χαρακτηρίζονται στη βιβλιογραφία ως πυρηνική πάστα (*nuclear pasta*). Η κατάσταση της ύλης μέσα στον εσωτερικό φλοιό μπορεί να εμφανίζει υπέρρευση συμπεριφορά.

Καθώς προχωράμε βαθύτερα, στον εξωτερικό πυρήνα η πίεση γίνεται εντονότερη με αποτέλεσμα η πλειοψηφία των πρωτονίων να συνδυάζεται με τα ηλεκτρόνια προς δημιουργία νετρονίων. Σε αυτή την περιοχή (που κυμαίνεται περίπου σε ένα εύρος πυκνοτήτων  $0.5\rho_s \leq \rho \leq 2\rho_s$ ) μπορούμε να βρούμε επίσης πρωτόνια, ηλεκτρόνια και μίονια αναμεμιγμένα με τα νετρόνια [5]. Τα μεν νετρόνια μπορεί να βρίσκονται σε μια υπέρρευση κατάσταση ενώ τα δε πρωτόνια να εμφανίζουν υπεραγωγίμη συμπεριφορά [7].

Υστερα από αρκετά χιλιόμετρα πάχους του εξωτερικού πυρήνα φτάνουμε στο λεγόμενο εσωτερικό πυρήνα, όπου η πυκνότητα τώρα ξεπερνά την τιμή  $2\rho_s$  ενώ στο κέντρο μπορεί να φτάνει μέχρι και πάνω από  $10\rho_s$ . Λόγω έλλειψης δεδομένων, η περιοχή αυτή παραμένει ένα μυστήριο. Έτσι, είναι ξεκάθαρο πως η περιγραφή μας εδώ εξαρτάται ισχυρά από το μοντέλο που επιλέγουμε. Έχουν προταθεί αρκετά σενάρια για τη συμπεριφορά της ύλης σε αυτή την περιοχή. Κάποια από τα κυρίαρχα σενάρια είναι τα ακόλουθα:

- **Πλάσμα από κουάρκ και γλοιόνια** (*quark - gluon plasma*). Αναφερόμαστε σε κουάρκ και γλοιόνια που κινούνται ελεύθερα.
- **Υπερόνια** (*hyperons*). Οι υψηλές ενέργειες θα μπορούσαν να οδηγήσουν στη δημιουργία βαρυονίων με τουλάχιστον ένα παράξενο κουάρκ

---

σύνολο εκφυλισμένων φερμιονίων είναι μηδέν. Την ενέργεια αυτή χαρακτηρίζει το χημικό δυναμικό των νετρονίων ( $\mu_n$ ).

(*strange quark*).

- **Συμπυκνώματα Bose – Einstein.** Μεσόνια (πιόνια ή καόνια) που σχηματίζουν ένα ενιαίο κβαντομηχανικό σύστημα.

Φυσικά δε θα μπορούσε να είναι απίθανη ακόμα και η μίξη των προαναφερόμενων φάσεων της πυκνής ύλης που βρίσκουμε στο εσωτερικό ενός αστέρα νετρονίων. Κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις επιδρά διαφορετικά στις μακροσκοπικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων. Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι υπάρχουν και σενάρια για μια υποθετική κλάση συμπαγών αστέρων, αυτή των *παράξενων αστέρων* (*strange stars*), όπου αποτελούνται, κατά κύριο λόγο, από παράξενα κουάρκ.

## Η μαθηματική περιγραφή τους

Αφού οι αστέρες νετρονίων αποτελούν σχετικιστικά αντικείμενα, όπως παρουσιάσαμε στην προηγούμενη ενότητα, έτσι και η περιγραφή των διαδικασιών που τους διέπουν δε θα μπορούσε να γίνεται παρά μόνο μέσα από τις εξισώσεις *Einstein* της ΓΘΣ. Αυτές συνδέουν τη γεωμετρία του χωροχρόνου με τις ιδιότητες του αστέρα νετρονίων που θέλουμε να περιγράψουμε και είναι οι εξής:

$$\mathcal{R}_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}\mathcal{R} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}, \quad (3)$$

όπου  $\mathcal{R}_{ik}$  είναι ο τανυστής καμπυλότητας *Ricci* με  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^i_i$  τη βαθμωτή καμπυλότητα και  $T_{ik}$  ο τανυστής ενέργειας-ορμής. Το πρώτο μέλος της (3) αποτελεί τον λεγόμενο τανυστή *Einstein* και συμβολίζεται με  $\mathcal{G}_{ik}$ . Το πρώτο πράγμα που χρειαζόμαστε για να εξάγουμε τις εξισώσεις της αστρικής δομής ενός αστέρα νετρονίων είναι η μετρική. Θεωρούμε ότι ο αστέρας νετρονίων είναι στατικός και σφαιρικά συμμετρικός. Συνεπώς η αντίστοιχη μετρική του χωροχρόνου έχει τη μορφή:

$$ds^2 = e^{2\Phi(r)}c^2dt^2 - e^{2\chi(r)}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (4)$$

και είναι εκφρασμένη σε σφαιρικές συντεταγμένες με τις  $\Phi(r)$  και  $\chi(r)$  να είναι οι μετρικές συναρτήσεις (για επίπεδο χωρόχρονο ισχύει  $\Phi(r) = \chi(r) = 0$ ). Συνδυάζοντας τις (3) και (4) καταλήγουμε στις λεγόμενες εξισώσεις *TOV* (*Tolman – Oppenheimer – Volkoff*) της υδροστατικής ισορροπίας [12, 13]:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{G\rho(r)M(r)}{r^2} \left(1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)c^2}\right) \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2r}\right)^{-1}, \quad (5)$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \quad (6)$$

$$\frac{d\Phi(r)}{dr} = -\frac{1}{\rho(r)c^2} \frac{dP(r)}{dr} \left(1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right)^{-1}. \quad (7)$$

Προκύπτει, λοιπόν, ένα σύστημα τριών εξισώσεων για τις τέσσερις άγνωστες συναρτήσεις  $P(r)$ ,  $\rho(r)$ ,  $M(r)$  και  $\Phi(r)$ . Τόσο από μαθηματικής όσο και από φυσικής απόψεως, είναι απαραίτητη η γνώση της λεγόμενης καταστατικής εξίσωσης  $P = P(\rho)$  για την επίλυση του παραπάνω συστήματος. Η κατασκευή της είναι και το βασικό θέμα γύρω από τους αστέρες νετρονίων. Για να το πετύχουμε αυτό και να έχουμε κάποια απτά αποτελέσματα θα πρέπει να γίνουν κάποιες υποθέσεις για την ύλη στο εσωτερικό ενός αστέρα νετρονίων και να ικανοποιούνται κάποια κριτήρια. Πριν προχωρήσουμε παρακάτω να αναφέρουμε στο σημείο αυτό πως υπάρχουν μόνο 3 αναλυτικές λύσεις [14] των εξισώσεων *Einstein* που πληρούν τα κριτήρια από άποψη φυσικής αλλά αυτές χρησιμοποιούνται για τη μελέτη της συμπεριφοράς μη αναλυτικών λύσεων.

## Για την κατασκευή της καταστατικής εξίσωσης

Παρά το γεγονός ότι μελετάμε ένα αντικείμενο που άπτεται του τομέα της Αστροφυσικής, για να μπορέσουμε να κατασκευάσουμε την ΚΕ της ύλης ενός αστέρα νετρονίων αξιοποιούμε μοντέλα της Πυρηνικής Φυσικής, όπως και στην παρούσα διατριβή (βλέπε περισσότερα στο Παράρτημα Α). Τα μοντέλα αυτά αναπαράγουν ιδιότητες της πυρηνικής ύλης, η οποία φαίνεται να έχει κάποιες ομοιότητες αλλά και διαφορές με αυτή των αστέρων νετρονίων [6].

Συνοπτικά, μπορούμε να πούμε ότι στις ομοιότητες συμπεριλαμβάνονται, πρώτον, το γεγονός ότι όσον αφορά τη σύνθεσή τους αποτελούνται από βαρυόνια και δεύτερον, ότι οι πυκνότητες είναι παρόμοιες ως προς την τάξη μεγέθους. Μια σημαντική διαφορά έχει να κάνει με τη δύναμη που συγκρατεί τους πυρήνες και αυτή είναι η ισχυρή πυρηνική ενώ στους αστέρες νετρονίων είναι η βαρυτική. Αν αυτό το συνδυάσουμε με το  $N \approx Z$  για τους περισσότερους πυρήνες τότε βγαίνει το συμπέρασμα ότι η πυρηνική ύλη έχει μια συμμετρική συμπεριφορά ως προς το ισοσπίν. Εν αντιθέσει, σε έναν αστέρα νετρονίων πλειοψηφούν τα νετρόνια έναντι των πρωτονίων. Επίσης, αν και δεν είναι πολλά τα φορτία των τελευταίων εξουδετερώνονται από λεπτόνια ή αρνητικά φορτισμένα υπερόνια για λόγους ηλεκτρικής ουδετερότητας. Αποτέλεσμα αυτού είναι να εμφανίζεται στους αστέρες νετρονίων μια ασύμμετρη συμπεριφορά ως προς τη συμμετρία του ισοσπίν. Μια επιπρόσθετη διαφορά έχει να κάνει με τους βαθμούς παραξενιάς (*strangeness*) που εμφανίζονται, σχεδόν σίγουρα, στις αντιδράσεις εντός ενός αστέρα νετρονίων σε αντίθεση με τις πυρηνικές που συνολικά υφίσταται μηδενική η εμφάνισή τους (στην παρούσα δουλειά αποφύγαμε βέβαια τη θεώρηση υπερονίων για λόγους που σχολιάζονται σε επόμενη ενότητα).

Συνεπώς, τα πυρηνικά μας μοντέλα θα πρέπει να μπορούν να αναπαράγουν την παραπάνω συμπεριφορά, ρυθμίζοντας κατάλληλα τις παραμέτρους τους στην κάθε περίπτωση ώστε (α) να περιγράφουν τη συμμετρική πυρηνική ύλη (κάτι που κάνουν ήδη) και (β) να επεκτείνουν την περιγραφή για την ύλη των αστέρων νετρονίων με συμπλήρωση λεπτονίων βάσει των περιορισμών

της ουδετερότητας φορτίου και της γενικευμένης β-ισορροπίας<sup>4</sup> χωρίς τη διατήρηση των βαθμών παραξενιάς. Περισσότερες λεπτομέρειες μπορεί να βρει κανείς στην [6].

Οι γνώσεις μας για τη συμπεριφορά της πυρηνικής ύλης φτάνουν μέχρι την πυκνότητα κορεσμού των πυρήνων, πιο πάνω όποιες προβλέψεις κάνουμε οφείλονται στο εκάστοτε μοντέλο που χρησιμοποιούμε. Παρόλα αυτά υπάρχουν κάποιες βασικές υποθέσεις που μπορούμε να κάνουμε ώστε να φτιάξουμε την ΚΕ [15, 16].

1. Αφού το εσωτερικό ενός αστέρα νετρονίων περιέχει ύλη στη θεμελιώδη της ενεργειακή κατάσταση (μηδενική θερμοκρασία), μπορούμε να υποθέσουμε ότι έχει συμπεριφορά *ιδανικού ρευστού* και περιγράφεται από μια *μονοπαραμετρική ΚΕ* που συνδέει την πίεση  $P$  με την πυκνότητα  $\rho$ . Αυτό σημαίνει ότι η ύλη δεν εμφανίζει τάσεις διάτμησης (*shear stresses*) και η πίεση είναι ισότροπη (αυτά εκφράζονται μέσω του ταυ-στή ενέργειας-ορμής).
2. Από τα μέχρι τώρα στοιχεία, λόγω της αποκλειστικά ελκτικής συμπεριφοράς της βαρύτητας απαιτείται για την πυκνότητα μάζας να ισχύει:

$$\rho \geq 0. \quad (8)$$

3. Θεωρώντας ότι η ύλη είναι μικροσκοπικά ευσταθής εξασφαλίζουμε τοπικά να υπάρχει κατάσταση ισορροπίας σε περίπτωση εμφάνισης κάποιας διαταραχής, π.χ. συστολή. Η μικροσκοπική σταθερότητα, γνωστή και ως αρχή του *Le Chatelier*, εκφράζεται μαθηματικά στην περίπτωση μας με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\frac{dP}{d\rho} \geq 0. \quad (9)$$

Επιπρόσθετα, γνωρίζουμε πως για χαμηλές πυκνότητες η πίεση είναι θετική. Αν αυτό συνδυαστεί με την παραπάνω σχέση τότε βγαίνει σαν συμπέρασμα ότι παντού έχουμε:

$$P \geq 0. \quad (10)$$

4. Η ΚΕ κάτω από μια *κρισιμη τιμή πυκνότητας (fiducial density)* είναι γνωστή συνάρτηση  $P = P(\rho)$  που ικανοποιεί τις παραπάνω προϋποθέσεις.
5. Από φυσικής άποψης θα πρέπει να ικανοποιούνται και οι εξής συνοριακές συνθήκες, έτσι ώστε η λύση των (5)-(7) να περιγράφει έναν αστέρα

$$P(r = 0) = P_c \quad P(r \geq R) = 0, \quad (11)$$

<sup>4</sup>Η γενικευμένη β-ισορροπία αναφέρεται στην ισορροπία ανάμεσα σε όλες τις αντιδράσεις που οδηγούν στη μετατροπή βαρυονίων από ασθενείς ή ισχυρές αλληλεπιδράσεις με αποτέλεσμα να βρεθούν στη χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη που είναι συμβατή με τους σχετικούς νόμους διατήρησης (για τους αστέρες η ουδετερότητα φορτίου).



όπου  $P_c$  είναι η πίεση στο κέντρο του αστέρα και  $R$  η ακτίνα του. Προφανώς θα πρέπει να ισχύει  $M(r = 0) = 0$ . Από την (6) προκύπτει  $M \equiv M(r \geq R)$ , όπου η τελευταία θα είναι η βαρυτική μάζα του αστέρα.

Από τις υποθέσεις που παραθέσαμε μπορούμε να βγάλουμε και άλλα σημαντικά συμπεράσματα. Για παράδειγμα, αν τις συνδυάσουμε όλες προκύπτει ότι η πίεση είναι μια μονότονα φθίνουσα συνάρτηση της απόστασης  $r$  από το κέντρο του αστέρα προς τα έξω, δηλαδή  $dP/dr < 0$ . Ίδια συμπεριφορά εμφανίζει και η πυκνότητα οπότε έχουμε  $d\rho/dr < 0$ .

Από τη στιγμή που γνωρίζουμε τη συμπεριφορά της πυρηνικής ύλης στο σημείο κορεσμού, τα πυρηνικά μοντέλα που χρησιμοποιούμε οφείλουν να αναπαράγουν αυτές τις βασικές ιδιότητες. Τις ιδιότητες αυτές μπορούμε να εξάγουμε μέσω της εξιδανικευμένης έννοιας της άπειρης συμμετρικής πυρηνικής ύλης. Οι ιδιότητες της τελευταίας σχετίζονται με αυτές των πεπερασμένων πυρήνων. Από πειράματα σε πυρήνες έχει ανακαλυφθεί ότι, για την πυκνότητα κορεσμού, η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο έχει την τιμή

$$E_b(n_s) \approx -16 \text{ MeV}, \quad (12)$$

ενώ η ενέργεια συμμετρίας κυμαίνεται γύρω από το εύρος τιμών

$$E_{sym}(n_s) \approx 25 - 35 \text{ MeV}. \quad (13)$$

Επιπρόσθετα, με τη βοήθεια του προτύπου αερίου *Fermi* μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίστοιχη ορμή *Fermi* ως προς την πυκνότητα της άπειρης πυρηνικής ύλης

$$k_F^0 = \left( \frac{3\pi^2}{2} n_s \right)^{1/3} \approx 1.33 \text{ fm}^{-1}. \quad (14)$$

Τέλος, ένα μέγεθος που αντανάκλα τη δυσκολία της πυρηνικής ύλης στις διακυμάνσεις της πυκνότητας είναι αυτό της συμπιεστότητας ή αλλιώς του μέτρου συμπίεσης που πρέπει να έχει τιμή ίση με

$$K \approx 200 - 300 \text{ MeV}. \quad (15)$$

Τα προαναφερθέντα μεγέθη έχουν στον ένα ή τον άλλο βαθμό συνεισφορά κατά τον υπολογισμό της μάζας των πυρήνων. Κατά συνέπεια, θα συνεισφέρουν και στον υπολογισμό της μέγιστης μάζας των αστέρων νετρονίων μέσα από την ΚΕ των τελευταίων.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι γνωρίζουμε την ΚΕ για τιμές πυκνότητας μέχρι και αυτή της πυρηνικής πυκνότητας κορεσμού  $\rho_s$ . Για τιμές μεγαλύτερες της  $\rho_s$  υποθέτουμε πως οι προαναφερθείσες υποθέσεις πληρούνται από την ΚΕ ως οι ελάχιστοι περιορισμοί που μπορούν να εισαχθούν. Σκοπός μας όμως είναι να μελετήσουμε επιπρόσθετους περιορισμούς που θα βοηθήσουν στην κατασκευή της καταστατικής εξίσωσης των αστέρων νετρονίων και στη γνώση μας για τη συμπεριφορά της υπέρπυκνης πυρηνικής ύλης. Με βάση τα παραπάνω αξιοποιούνται τα πυρηνικά μοντέλα που παρατίθενται στο Παράρτημα Α', με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων τους κάθε φορά.

## Κεφάλαιο 1

# ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ

Οι βασικές υποθέσεις, που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι η αρχή για την κατασκευή της καταστατικής εξίσωσης των αστέρων νετρονίων. Ακόμα και αυτές όμως δεν είναι αρκετές για τον καθορισμό ιδιοτήτων των αστέρων νετρονίων, ιδιαίτερα των μέγιστων δυνατών τιμών όπως για παράδειγμα η μέγιστη μάζα τους που προκύπτει από τη ΓΘΣ και είναι ένα από τα κύρια ερωτήματα που έχουμε για αυτά τα συμπαγή αντικείμενα. Σε αυτό το Κεφάλαιο θα σχολιάσουμε τους περιορισμούς που προσπαθούμε να εισάγουμε και τη γενικότερη μεθοδολογία που ακολουθήσαμε στη παρούσα διατριβή.

### 1.1 Γενικοί περιορισμοί

Κατά κάποιο τρόπο στο προηγούμενο Κεφάλαιο έχουμε ήδη αναφερθεί σε μια πληθώρα περιορισμών για να μπορέσουμε να κατασκευάσουμε την ΚΕ των αστέρων νετρονίων. Από τη συμπεριφορά που πρέπει να έχει γύρω από τη πυκνότητα κορεσμού  $n_s$  (ιδιότητες συμμετρικής πυρηνικής ύλης) μέχρι τις βασικές υποθέσεις για υψηλότερες πυκνότητες (π.χ. η αρχή του *Le Chatelier* και η υπόθεση για μονοπαραμετρική ΚΕ). Προφανώς, τα όποια συμπεράσματα για τάξεις μεγέθους υψηλότερες πυκνότητες θα είναι εξαρτημένα από τα πρότυπα που χρησιμοποιούμε. Η ίδια η ΓΘΣ εισάγει σαν άμεση συνέπεια της την ύπαρξη μιας μέγιστης τιμής για τη μάζα που μπορεί να έχει ένας αστέρας νετρονίων, πάνω από την οποία δε μπορεί να επιτευχθεί υδροστατική ισορροπία. Η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου αλλά και του βαρυονικού αριθμού για το σύνολο του αστέρα είναι κάποιοι ακόμα. Ας μη ξεχνάμε πως έχουμε να κάνουμε με φερμιόνια οπότε ισχύει στο ακέραιο η απαγορευτική αρχή του *Pauli*. Η γενικευμένη β-ισορροπία αλλά και η ισορροπία φάσεων μέσα στον αστέρα νετρονίων πρέπει να ληφθούν υπόψη. Όλα αυτά είναι κάποια από τα

βασικά που θα καθορίσουν τι γίνεται στο εσωτερικό ενός αστέρα νετρονίων. Φυσικά, πολύ σημαντική συνεισφορά έχουν οι ίδιες οι παρατηρήσεις γύρω από τις ιδιότητες των αστέρων νετρονίων όπου αποτελούν οι ίδιες περιορισμούς και μπορούν να επιβεβαιώσουν ή να καταρρίψουν μια θεωρία.

## 1.2 Το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου και οι επιδράσεις του

Οι μετρήσεις μαζών αστέρων νετρονίων έχουν εισάγει ισχυρούς περιορισμούς στην αδρονική ΚΕ της υπέρπυκνης πυρηνικής ύλης (δείτε επίσης τις αναφορές για την κατανομή των μαζών τους [17, 18] με χαρακτηριστικά παραδείγματα να έχουν ήδη αναφερθεί στο προηγούμενο Κεφάλαιο). Από τη θεωρία, είναι ευρέως γνωστό ότι η μέγιστη μάζα  $M_{max}$  ενός αστέρα νετρονίων εξαρτάται από την ΚΕ της β-ευσταθούς πυρηνικής ύλης [5, 6, 19, 20]. Από αντιδράσεις σε βαρείς πυρήνες γνωρίζουμε σε σημαντικό βαθμό την ΚΕ αλλά για πυκνότητες που δε ξεπερνούν τις τιμές  $2n_s$  ή  $3n_s$ . Συνεπώς οι αστροφυσικές παρατηρήσεις είναι κρίσιμες για την κατανόηση της συμπεριφοράς της υπέρπυκνης πυρηνικής ύλης που υποτίθεται ότι υπάρχει στο πυρήνα των αστέρων νετρονίων. Παρά τις εκτεταμένες έρευνες, η  $M_{max}$  παραμένει άγνωστη μέχρι σήμερα [11, 15, 21–24, 26–31].

Οι *Oppenheimer* και *Volkoff* (1939) ήταν οι πρώτοι που πρότειναν ότι η μάζα ενός αστέρα νετρονίων που βρίσκεται σε ευστάθεια γίνεται μέγιστη για την πιο *stiff* ΚΕ που είναι συμβατή με τους θεμελιώδεις φυσικούς περιορισμούς. Απόδειξη αυτής της πρότασης παρείχαν οι *Rhoades* και *Ruffini* [15], αξιοποιώντας μια τεχνική μεταβολών για να βρουν το βέλτιστο όριο της τιμής της  $M_{max}$  σε μη περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων. Πολλοί προσέγγισαν το πρόβλημα με παρόμοιο τρόπο (βλέπε [16] και τις σχετικές αναφορές).

Τα συστήματα πολλών σωμάτων με ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους είναι ο κύριος μηχανισμός για τη θεωρητική κατασκευή της καταστατικής εξίσωσης. *Κύρια υπόθεση είναι ότι η ταχύτητα του ήχου στην ΚΕ δε μπορεί να ξεπεράσει την ταχύτητα του φωτός λόγω της αρχής της αιτιότητας. Το ερώτημα που προκύπτει όμως είναι αν αυτό αποτελεί το άνω όριο στην τιμή της ταχύτητας του ήχου στη πυκνή πυρηνική ύλη.* Έχει τονιστεί ήδη από τον *Hartle* [16], ότι αυτός ο περιορισμός δεν είναι αρκετός. Μάλιστα, ο *Weinberg* [20] έδειξε ότι η ταχύτητα του ήχου έχει τιμή πολύ μικρότερη από αυτή του φωτός στη περίπτωση ενός κρούου μη σχετικιστικού ρευστού και παρά το γεγονός ότι αυξάνει με τη θερμοκρασία, δε ξεπερνά την τιμή  $c/\sqrt{3}$  στις πολύ υψηλές θερμοκρασίες. Μάλιστα φαίνεται πως το συγκεκριμένο αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται αν συμπεριλάβουμε και τις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Επιπρόσθετα, ο *Lattimer* [32] χαρακτήρισε το όριο αιτιότητας ακραίο λόγω της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς της υψηλά συμπιεσμένης αδρονικής ύλης που μπορεί να μετατραπεί σε ύλη ελεύθερων κουάρκ όπου η ταχύτητα του ήχου είναι  $v_s = c/\sqrt{3}$ . Την υποστήριξη του ορίου  $c/\sqrt{3}$  σε μη σχετικιστικές και/ή σε

θεωρίες που χρησιμοποιούν ασθενείς αλληλεπιδράσεις παρείχαν οι *Bedaque* και *Steiner* [33]. Με το άνω όριο να εκφυλίζεται μόνο σε σύμμορφες θεωρίες (*conformal theories*). Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε μια προηγούμενη ανάλυση του *Olson* [34] όπου χρησιμοποίησε μια φαινομενολογική προσέγγιση στα πλαίσια της κινητικής θεωρίας με απώτερο σκοπό τον καθορισμό της μέγιστης μάζας ενός αστέρα νετρονίων. Σε αυτή τη προσέγγιση το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου φαίνεται να είναι μικρότερο από την ταχύτητα του φωτός.

Η επιπρόσθετη συνεισφορά μας σε αυτή τη μελέτη γίνεται μέσω της χρήσης μιας κλάσης καταστατικών εξισώσεων που έχουν αξιοποιηθεί ευρέως στη βιβλιογραφία με σκοπό τη σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ τους και για τα διάφορα σενάρια του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου. Ταυτόχρονα, συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με τις μέχρι τώρα παρατηρούμενες μάζες αστέρων νετρονίων.

Πιο συγκεκριμένα, η αδιαβατική ταχύτητα του ήχου ορίζεται ως [119]

$$\frac{v_s}{c} = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \mathcal{E}}\right)_S}, \quad (1.1)$$

όπου  $S$  είναι η εντροπία ανά βαρυόνιο. Όσον αφορά τα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου θεωρούμε τις εξής περιπτώσεις:

1.  $\frac{v_s}{c} \leq 1$ , το όριο αιτιότητας που προκύπτει από την ειδική σχετικότητα ([16] και σχετικές αναφορές).
2.  $\frac{v_s}{c} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ , από τη κβαντική χρωμοδυναμική (*QCD*) και άλλες θεωρίες ([33] και σχετικές αναφορές).
3.  $\frac{v_s}{c} \leq \left(\frac{\mathcal{E} - P/3}{P + \mathcal{E}}\right)^{1/2}$ , από τη σχετικιστική κινητική θεωρία ([34] και σχετικές αναφορές).

Εδώ να πούμε πως το τελευταίο όριο εισάγεται με αυτοσυνεπές τρόπο από την αντίστοιχη θεωρία και όχι τεχνητά.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθούμε στο χαρακτηρισμό *stiffness* της καταστατικής εξίσωσης. Με τον όρο αυτό εννοούμε τη μεταβολή της πίεσης  $P$  ως προς τη πυκνότητα  $n$  (ή τη πυκνότητα ενέργειας  $\mathcal{E}$ ) και πόσο απότομα προσεγγίζει τη μέγιστη τιμή της. Όσο πιο *stiff* η ΚΕ, τόσο πιο απότομη η μεταβολή. Γραφικά αυτό σχετίζεται με την κλίση της εφαπτομένης σε ένα σημείο της καμπύλης. Συνεπώς ο εν λόγω χαρακτηρισμός συνδέεται με την παράγωγο  $dP/d\mathcal{E}$  ή  $dP/dn$ . Σε αυτό το σημείο φαίνεται ξεκάθαρα η σύνδεση με την ταχύτητα του ήχου. Στο Κεφάλαιο 2 χρησιμοποιούμε μια ΚΕ για το φλοιό που επεκτείνεται σε υψηλότερες πυκνότητες (μετά από μια τιμή) με μια ΚΕ που προκύπτει από ένα πυρηνικό πρότυπο. Μετά από μια κρίσιμη τιμή της πυκνότητας χρησιμοποιούμε μια παραμετροποίηση σταθερής ταχύτητας ήχου, όπου και επιλέγουμε ένα από τα προαναφερθέντα άνω όρια.

Επεκτείνουμε τη μελέτη μας, όμως, και γύρω από την ανάλυση της παλιρροϊκής πολωσιμότητας (*tidal polarizability* ή *tidal deformability*), την οποία μπορεί να εκτιμήσει κανείς πειραματικά. Τα θεωρητικά αποτελέσματα για τη παλιρροϊκή πολωσιμότητα συζητούνται και αναλύονται στο Κεφάλαιο 2 σε σύγκριση με τις παρατηρήσεις των τηλεσκοπίων *Advanced LIGO* και *Einstein*. Η ακριβής μέτρηση της πολωσιμότητας ( $tidal\ \lambda$ ) για έναν αστέρα νετρονίων μεγάλης μάζας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη καλύτερη κατανόηση της *stiffness* της ΚΕ σε υψηλές πυκνότητες καθώς και για το όριο της ταχύτητας του ήχου στη συμπιεσμένη ύλη.

Οι παρατηρήσεις βαρυτικών κυμάτων από διπλά συστήματα αστέρων νετρονίων αποτελούν τις πιο σημαντικές πηγές για ανιχνευτές εδάφους βαρυτικών κυμάτων [35, 36, 38–42]. Οι μάζες των αστέρων του συστήματος μπορούν να καθοριστούν με κάποια ακρίβεια, ειδικά αν οι τελευταίοι περιστρέφονται αργά, κατά το πρώιμο στάδιο της εξέλιξής του. Οι *Flanagan* και *Hinderer* [35] έχουν υποδείξει ότι παλιρροϊκές επιδράσεις είναι δυνητικά μετρήσιμες κατά το πρώιμο κομμάτι της εξέλιξης όταν η κυματομορφή είναι σχετικά καθαρή. Τα παλιρροϊκά πεδία προκαλούν τετραπολικές ροπές στους αστέρες νετρονίων. Η ανταπόκριση του αστέρα νετρονίων περιγράφεται από τον αδιάστατο αριθμό *Love*  $k_2$ , ο οποίος εξαρτάται από τη δομή του αστέρα και άρα κατά συνέπεια από τη μάζα και τη ΚΕ της πυρηνικής ύλης. Ο παλιρροϊκός αριθμός *Love*  $k_2$  προκύπτει από το λόγο της προκαλούμενης τετραπολικής ροπής  $\mathcal{Q}_{ij}$  με το εφαρμοζόμενο παλιρροϊκό πεδίο  $E_{ij}$ :

$$\mathcal{Q}_{ij} = -k_2 \frac{2R^5}{3G} E_{ij} \equiv \lambda E_{ij}, \quad (1.2)$$

όπου  $R$  είναι η ακτίνα του αστέρα νετρονίων και  $\lambda = 2R^5 k_2 / 3G$  είναι η πολωσιμότητα. Ο παλιρροϊκός αριθμός *Love*  $k_2$  δίνεται από τη σχέση [35, 36]

$$\begin{aligned} k_2 = & \frac{8\beta^5}{5} (1 - 2\beta)^2 [2 - y_R + (y_R - 1)2\beta] \\ & \times \left[ 2\beta(6 - 3y_R + 3\beta(5y_R - 8)) \right. \\ & + 4\beta^3 (13 - 11y_R + \beta(3y_R - 2) + 2\beta^2(1 + y_R)) \\ & \left. + 3(1 - 2\beta)^2 [2 - y_R + 2\beta(y_R - 1)] \ln(1 - 2\beta) \right]^{-1}, \quad (1.3) \end{aligned}$$

όπου  $\beta = GM/Rc^2$  η παράμετρος συμπαγότητας (*compactness parameter*). Ο παλιρροϊκός αριθμός *Love*  $k_2$  εξαρτάται από τη παράμετρο συμπαγότητας  $\beta$  και τη ποσότητα  $y_R$ . Η  $y_R$  προσδιορίζεται από τη λύση της ακόλουθης διαφορικής εξίσωσης ως προς  $y$ :

$$r \frac{dy(r)}{dr} + y^2(r) + y(r)F(r) + r^2 Q(r) = 0, \quad y(0) = 2, \quad y_R \equiv y(R) \quad (1.4)$$

με  $F(r)$  και  $Q(r)$  να είναι συναρτήσεις των  $\mathcal{E}(r)$ ,  $P(r)$  και  $M(r)$ , όπως φαίνεται

και από τις παρακάτω σχέσεις [39, 40]

$$F(r) = \left[ 1 - \frac{4\pi r^2 G}{c^4} (\mathcal{E}(r) - P(r)) \right] \left( 1 - \frac{2M(r)G}{rc^2} \right)^{-1}, \quad (1.5)$$

και

$$\begin{aligned} r^2 Q(r) = & \frac{4\pi r^2 G}{c^4} \left[ 5\mathcal{E}(r) + 9P(r) + \frac{\mathcal{E}(r) + P(r)}{\partial P(r)/\partial \mathcal{E}(r)} \right] \left( 1 - \frac{2M(r)G}{rc^2} \right)^{-1} \\ & - 6 \left( 1 - \frac{2M(r)G}{rc^2} \right)^{-1} \\ & - \frac{4M^2(r)G^2}{r^2 c^4} \left( 1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{M(r)c^2} \right)^2 \left( 1 - \frac{2M(r)G}{rc^2} \right)^{-2}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Η εξίσωση (1.4) πρέπει να λυθεί μαζί με τις εξισώσεις TOV χρησιμοποιώντας τις συνοριακές συνθήκες  $y(0) = 2$ ,  $P(0) = P_c$  και  $M(0) = 0$ . Η λύση των εξισώσεων TOV μας παρέχει τη μάζα  $M$  και την ακτίνα  $R$  του αστέρα νετρονίων, ενώ η αντίστοιχη λύση της (1.4) μας δίνει την τιμή της  $y_R = y(R)$ . Αυτή μαζί με τη ποσότητα  $\beta$  είναι τα βασικά συστατικά του  $k_2$  [βλέπε (1.3)].

Επιπρόσθετα, οι συνδυασμένες παλιρροϊκές επιδράσεις των δύο αστέρων νετρονίων σε κυκλικές τροχιές δίνονται από ένα σταθμισμένο μέσο όρο των τετραπολικών επιδράσεων [35, 39],

$$\tilde{h} = \frac{1}{26} \left[ \frac{m_1 + 12m_2}{m_1} \hat{h}_1 + \frac{m_2 + 12m_1}{m_2} \hat{h}_2 \right], \quad (1.7)$$

όπου  $\hat{h}_1 = \hat{h}_1(m_1)$  και  $\hat{h}_2 = \hat{h}_2(m_2)$  είναι οι πολωσιμότητες των δύο αστέρων νετρονίων και  $M = m_1 + m_2$  η συνολική τους μάζα. Ο λόγος συμμετρικής μάζας (*symmetric mass ratio*) ορίζεται ως  $h = m_1 m_2 / M^2$ . Η εξάρτηση του  $\tilde{h}$  από τη μάζα  $m$  μπορεί να υπολογιστεί για ξεχωριστούς αστέρες νετρονίων. Όμως, όπως σημειώνεται και στην αναφορά [39], η καθολικότητα της ΚΕ του αστέρα νετρονίων επιτρέπει τη πρόβλεψη της συνεισφοράς της παλιρροϊκής φάσης (*tidal phase contribution*) για ένα δοθέν διπλό σύστημα από κάθε ΚΕ. Σε αυτή τη περίπτωση ο σταθμισμένος μέσος όρος  $\tilde{h}$  (*weighted polarizability*) συνήθως σχεδιάζεται ως μια συνάρτηση της μάζας  $\mathcal{M} = (m_1 m_2)^{3/5} / M^{1/5}$  (*chirp mass*) για διάφορες τιμές του λόγου  $h$ .

### 1.3 Το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου στους τάχιστα περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων

Η τιμή της ταχύτητας του ήχου παραμένει ένα ανοιχτό πρόβλημα, όπως είδαμε, με τις επιδράσεις της πάνω σε ιδιότητες των αστέρων νετρονίων να έχουν μελετηθεί εκτενώς [6, 11, 15, 43–56]. Όμως, η πλειονότητα αυτών των μελετών επικεντρώνεται σε στατικούς ή αργά περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων. Η

ταχεία περιστροφή τους (λόγω της πολύ μεγάλης συμπαγότητάς τους) δικαιολογεί τις υψηλές συχνότητες περιστροφής και ταχύτητες μαζών στην επιφάνειά τους που προσεγγίζουν την ταχύτητα του φωτός [57, 58]. Σε κάθε περίπτωση, είναι ευρέως γνωστό ότι η μελέτη (τόσο παρατηρησιακή όσο και θεωρητική) των γρήγορα περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων μπορεί να εμπλουτίσει τις γνώσεις μας γύρω από ιδιότητες της πυκνής πυρηνικής ύλης.

Οι *Haensel* και *Zdunik* [59] ήταν οι πρώτοι που συζήτησαν για το όριο της αιτιότητας ως περιορισμό της μέγιστης γωνιακής ταχύτητας των ομοιόμορφα περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων. Αργότερα, ο *Glendenning* καθόρισε τις επιδράσεις της ταχύτητας του ήχου πάνω στη περίοδο των βαρυτικά δέσμιων αστέρων. Πιο συγκεκριμένα, εφάρμοσε ένα στατικό μοντέλο και εκτίμησε τη περίοδο μέσω μιας εμπειρικής σχέσης που συνδέει το εν λόγω μέγεθος με τις μακροσκοπικές (*bulk*) ιδιότητες των στατικών αστέρων νετρονίων [25]. Οι *Lattimer et al.* [45] και *Koranda et al.* [11] μελέτησαν, επίσης, το άνω όριο που προκύπτει από την αιτιότητα πάνω στη περιστροφή και τη μάζα των ομοιόμορφα περιστρεφόμενων σχετικιστικών αστέρων. Αξίζει να σημειωθεί ότι αν και στην τελευταία αναφορά το άνω όριο που τίθεται από την αιτιότητα είναι το μόνο που έχει ληφθεί υπόψη, στην [25] η παραμετροποίηση της ταχύτητας του ήχου έγινε για τη περίπτωση αστέρων κουάρκ (*quark stars*).

Κίνητρο για τη δουλειά μας αποτελεί η πιθανότητα εύρεσης πιο γενικών περιορισμών για τις μακροσκοπικές ιδιότητες των γρήγορα περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων, όπως η μέγιστη μάζα τους αλλά και για μεγέθη που δε συναντούσαμε στους στατικούς (συχνότητα *Kepler*). Αυτές οι ιδιότητες έχουν μεγάλη εξάρτηση από το κομμάτι της καταστατικής εξίσωσης που περιγράφει τις υψηλές πυκνότητες. Κατά συνέπεια, αναμένουμε μέσω των περιορισμών που προσπαθούμε να εισάγουμε για τη *stiffness* της καταστατικής, να οδηγήσουν σε αντίστοιχους για τη πυκνή πυρηνική ύλη. Για παράδειγμα, το κατάλοιπο της συγχώνευσης GW170817 μπορεί να οδηγήσει σε ένα διαφορετικά περιστρεφόμενο αστέρα νετρονίων κοντά στο όριο *Kepler* [60]. Σε αυτή τη περίπτωση, ο εντοπισμός βαρυτικών κυμάτων από αυτή τη πηγή θα παρέχει σημαντικές πληροφορίες για τις ιδιότητες της πυκνής πυρηνικής ύλης [61]. Ιδιαίτερη βαρύτητα έχει το άνω όριο  $v_s = c/\sqrt{3}$ , το οποίο ελέγχει το πόσο *stiff* είναι η ΚΕ στις υψηλές πυκνότητες (με τις περισσότερες να το ξεπερνούν σε μικρές τιμές της πυκνότητας) και, τελικά, επηρεάζει τις μακροσκοπικές ιδιότητες τόσο των στατικών όσο και των περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων. Επιπλέον, μελετάμε τις ακολουθίες σταθερής βαρυονικής μάζας ενός αστέρα νετρονίων ώστε να βρούμε περιορισμούς που σχετίζονται με την κατάρρευσή του σε μελανή οπή [37]. Τέλος, παρέχουμε μια λεπτομερή μελέτη γύρω από τη σύνδεση της ελάχιστης περιόδου ενός περιστρεφόμενου αστέρα νετρονίων με τη μέγιστη μάζα ενός αντίστοιχου στατικού.

Μάλιστα η μελέτη μας γίνεται όχι απλά για περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων αλλά για αυτούς που βρίσκονται στην ακολουθία *Kepler*, δηλαδή που περιστρέφονται με συχνότητα τέτοια ώστε οριακά να χάνουν μάζα από τον ισημερινό τους. Στη θεωρία του *Newton* ο υπολογισμός της συχνότητας

*Kepler* έχει απλή μορφή και προκύπτει από την εξισορρόπηση βαρυτικών και φυγόκεντρων δυνάμεων. Στη γενική σχετικότητα, εκφράζεται ως μια αυτοσυνεπής συνθήκη που απαιτείται να ικανοποιούν οι εξισώσεις *Einstein*. Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι δεν υπάρχουν αναλυτικές λύσεις των εξισώσεων για περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων, με συνέπεια να έχουμε μόνο αριθμητικές εκτιμήσεις για τη συχνότητα *Kepler*.

Στην [44] η μέθοδος (*turning – point method*) που χρησιμοποιείται από τους *Friedman et al.*, με την οποία υπολογίζονται τα σημεία αστρικής αστάθειας (*secular instability*), μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση των ομοιόμορφα περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων. Έχοντας αυτό στο μυαλό, σε μια ακολουθία σταθερής στροφορμής, το σημείο καμπής μιας ακολουθίας σχηματισμών με αυξανόμενη κεντρική πυκνότητα διαχωρίζει τους αστρικά ευσταθείς από τους αντίστοιχους ασταθείς. Έτσι, κατά συνέπεια, η συνθήκη

$$\left. \frac{\partial M(\mathcal{E}_c, J)}{\partial \mathcal{E}_c} \right|_{J=\text{constant}} = 0, \quad (1.8)$$

ορίζει την πιθανή μέγιστη μάζα, όπου  $\mathcal{E}_c$  είναι η πυκνότητα ενέργειας στο κέντρο του αστέρα νετρονίων και  $J$  η γωνιακή ορμή.

Όπως ήδη σχολιάσαμε, η στροφορμή *Kepler* δίνεται ως μια συνθήκη αυτοσυνέπειας για τη λύση των εξισώσεων *Einstein* στην περίπτωση ενός περιστρεφόμενου αστέρα νετρονίων. Σύμφωνα με την [6], μια προσεγγιστική έκφραση είναι η ακόλουθη

$$\Omega_{max} = \mathcal{F}_{max} \left( \frac{GM_{max}}{R_{max}^3} \right)^{1/2}. \quad (1.9)$$

Ο παράγοντας  $\mathcal{F}_{max}$  εξαρτάται από την κάθε φορά επιλεγόμενη προσέγγιση.

Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι για την αριθμητική ολοκλήρωση των εξισώσεων ισορροπίας, χρησιμοποιήσαμε τον ανοιχτό κώδικα *RNS* [62, 63] από τους *Stergioulas* και *Friedman* (αυτός ο κώδικας βασίζεται στη μέθοδο που αναπτύξαν οι *Komatsu et al.* [64] αλλά και σε μετατροπές αυτού που εισήγαγαν οι *Cook et al.* [65]).

Οι καταστατικές εξισώσεις που χρησιμοποιήσαμε βασίζονται στην ΚΕ που φτιάξαμε από τα δεδομένα των *Akmal et al.* [66] και στο πυρηνικό μοντέλο *MDI* (για περισσότερα βλέπε Παράρτημα Α) και, μάλιστα πιο συγκεκριμένα, στην ΚΕ *APR – 1*.

### 1.3.1 Για τα μοντέλα με ομοιόμορφη περιστροφή

Στην υποενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε κάποια επιπρόσθετα στοιχεία που αφορούν τα μοντέλα με ομοιόμορφη περιστροφή, τα οποία και αξιοποιούμε για τη μελέτη των περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων (περισσότερα μπορούν να αναζητηθούν στην [57], πιο συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 5 και στις αναφορές που υπάρχουν εκεί).

Γνωρίζουμε ότι η αύξηση της μέγιστης μάζας σχετίζεται με τις πιο *stiff* ΚΕς, δηλαδή αυτές που είναι λιγότερο "συμπιέσιμες". Παρόμοια συμπεριφορά



εμφανίζει και η ροπή αδράνειας, μιας και είναι ανάλογη της μάζας και του τετραγώνου της ακτίνας. Από την άλλη πλευρά, η μέγιστη περιστροφή για καθορισμένη βαρυονική μάζα αυξάνει με την αύξηση του μέτρου συμπίεσης. Αυτή ακριβώς η ευαισθησία της μέγιστης μάζας γύρω από το μέτρο συμπίεσης οδηγεί σε έναν ισχυρό περιορισμό για την ΚΕ.

Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι για όλα τα μοντέλα που βασίζονται σε μια ΚΕ με μέγιστη γωνιακή ταχύτητα  $\Omega_{max}$  και για όλα τα αντίστοιχα σφαιρικά μοντέλα με μέγιστη μάζα  $M_{max}$ , ο λόγος  $\Omega_{max} / \sqrt{M_{max}/R^3}$  είναι σχεδόν ανεξάρτητος από την ΚΕ.

Η περιστροφή επιδρά στην αύξηση της ισημερινής ακτίνας ενός αστέρα (με απότομη αύξηση της ακτίνας γενικά να εμφανίζεται στο όριο *Kepler*), καθώς και στην αύξηση της μάζας που μπορεί να συγκρατηθεί από τον αστέρα για δοθείσα κεντρική πυκνότητα. Όπως πληροφορούμαστε από την [57], η τιμή της μέγιστης μάζας στα περιστρεφόμενα μοντέλα είναι περίπου 15% με 20% υψηλότερη σε σχέση με την αντίστοιχη των στατικών περιπτώσεων, για αδρονικές ΚΕς. Αντιστοίχως, η ακτίνα εμφανίζει αύξηση της τάξης του 30% με 40%.

Όταν έχουμε μια συγκεκριμένη ΚΕ, τα στατικά μοντέλα μπορούν να σχηματίσουν μια μονοπαραμετρική ακολουθία η οποία χαρακτηρίζεται από ένα μέγεθος, π.χ. την κεντρική πυκνότητα ενέργειας. Αντίστοιχα, γενικεύοντας στο διδιάστατο παραμετρικό χώρο των ομοιόμορφα περιστρεφόμενων μοντέλων μπορεί κανείς να κατασκευάσει διαφορετικές ακολουθίες ανάλογα με την ποσότητα που κρατάμε σταθερή κάθε φορά κατά μήκος της ακολουθίας. Τέτοια παραδείγματα είναι οι ακολουθίες σταθερής κεντρικής πυκνότητας ενέργειας, σταθερής στροφορμής και σταθερής βαρυονικής μάζας (*constant rest mass*). Στο κάθε στατικό μοντέλο αντιστοιχεί μια μέγιστη μάζα, όπου κάτω από αυτήν όλες οι ακολουθίες καθορισμένης βαρυονικής μάζας καταλήγουν σε μια στατική περίπτωση. Αντιθέτως, πάνω από αυτήν την τιμή καμία από τις προαναφερθείσες ακολουθίες δεν έχει τέτοια περίπτωση, διαμορφώνοντας ένα όριο αστάθειας (*axisymmetric instability limit*). Τα μοντέλα που έχουν μάζες μεγαλύτερες από αυτές του στατικού μοντέλου μέγιστης μάζας χαρακτηρίζονται ως υπερμαζικά (*supramassive*).

Για μια δοθείσα ΚΕ, ανάμεσα σε όλα τα ευσταθή περιστρεφόμενα μοντέλα, αυτό που αναπαράγει τη μέγιστη μάζα είναι συνήθως κοντά σε αυτά που κάνουν το ίδιο για τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα, στροφορμή και μάζα ηρεμίας (αν και εν γένει, υπάρχει μια μικρή διαφορά ανάμεσα στα μοντέλα μέγιστης μάζας και μέγιστης γωνιακής ταχύτητας). Γενικά τα παραπάνω τέσσερα μοντέλα βρίσκονται κοντά στην ίδια τιμή κεντρικής πυκνότητας.

Ένα άλλο σημαντικό μέγεθος στη μελέτη περιστρεφόμενων μοντέλων είναι η ελάχιστη περίοδος περιστροφής  $P_{min}$ . Αντίστοιχα με τη σχέση (1.9) μπορεί να γραφτεί και η παρακάτω προσεγγιστική σχέση αφού  $P_{min} = 2\pi/\Omega_{max}$ :

$$P_{min} = C_{min} \left( \frac{R_{max}^3}{GM_{max}} \right)^{1/2}, \quad (1.10)$$

όπου  $C_{min}$  είναι μια σταθερά, κατάλληλη για την κάθε φορά διαφορετική προσέγγιση. Διασαφηνίζουμε ότι τόσο στη σχέση (1.9) όσο και στην (1.10) οι τιμές  $R_{max}$  και  $M_{max}$  αντιστοιχούν στο στατικό (σφαιρικό) μοντέλο μέγιστης μάζας.

Να σημειώσουμε επίσης ότι για την πλειοψηφία των ΚΕων για τους αστέρες νετρονίων (από διάφορα μοντέλα που έχουν μελετηθεί) στο όριο *Kepler*, η ελάχιστη περίοδος περιστροφής κυμαίνεται ανάμεσα στις τιμές 0.5 με 0.9 ms. Αντιθέτως, ο περιορισμός στη μέγιστη συχνότητα περιστροφής, από τις μέχρι τώρα παρατηρήσεις, για τις περισσότερες ΚΕς είναι στα 716 Hz (δηλαδή για την ελάχιστη περίοδο περιστροφής περίπου 1.39 ms). Αυτός είναι και ο λόγος που η ΚΕ των αστέρων νετρονίων περιορίζεται περισσότερο από την αιτιότητα και τη μέγιστη παρατηρήσιμη μάζα σε σχέση με τη μέγιστη παρατηρήσιμη συχνότητα περιστροφής, με όλα τα προαναφερθέντα να αποτελούν περιορισμούς ανεξαρτήτως μοντέλου.

Στην περίπτωση των ομοιόμορφα περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων, η ΚΕ που παρέχει τη μέγιστη μάζα δίνεται από αυτή που προτάθηκε από τους *Rhoades* και *Ruffini* [15], αξιοποιώντας τους βασικούς περιορισμούς. Υπενθυμίζουμε ότι οι ελάχιστοι αυτοί περιορισμοί είναι: (α) ότι το ιδανικό ρευστό από το οποίο αποτελείται το αστέρι περιγράφεται από μια μονοπαραμετρική ΚΕ, ικανοποιώντας και τις προϋποθέσεις ώστε να έχει βαρύτητα, (β) ότι η ύλη στις υψηλές πυκνότητες ικανοποιεί τον περιορισμό η ταχύτητα του ήχου να είναι μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός και (γ) ότι η ΚΕ είναι γνωστή για τις χαμηλές πυκνότητες (μέχρι μια συγκεκριμένη τιμή πυκνότητας).

Οι *Koranda et al.* [11], επεκτείνοντας προηγούμενη δουλειά που έγινε από τον *Glendenning* [25], βρήκαν ότι οι περιορισμοί (α) και (β) (χωρίς γνώση της ΚΕς για τις χαμηλές πυκνότητες) αρκούν ώστε να κατασκευαστεί η ΚΕ που μας δίνει την απόλυτη ελάχιστη περίοδο περιστροφής. Εν γένει, η ΚΕ αυτή είναι διαφορετική από την αντίστοιχη για τη μέγιστη μάζα και καθορίζει ένα απόλυτο κάτω όριο για την  $P_{min}$ . Οι συγγραφείς στην [57] παραθέτουν και τις δύο περιπτώσεις (μία με κομμάτι για τις χαμηλές πυκνότητες και μία χωρίς αυτό ενώ ταυτόχρονα μπαίνει ως άνω όριο η ταχύτητα του φωτός) και καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η συνεισφορά από αυτό το κομμάτι (χαμηλές πυκνότητες) είναι αμελητέα στον καθορισμό της ελάχιστης περιόδου περιστροφής. Μάλιστα, όταν εισάγεται αυτό το κομμάτι στην ΚΕ παρατηρούμε αύξηση στην  $P_{min}$ , με αποτέλεσμα η άλλη περίπτωση που δεν το περιέχει να αναπαράγει το απόλυτο κάτω όριο για την  $P_{min}$ .

## 1.4 Η διεπαφή φλοιού-πυρήνα και οι επιδράσεις της

Οι σχετικά πρόσφατοι εντοπισμοί βαρυτικών κυμάτων από τη συγχώνευση δύο αστέρων νετρονίων άνοιξαν ένα νέο παράθυρο [67, 68] για τη μελέτη πολλών στατικών ιδιοτήτων αλλά και δυναμικών διαδικασιών τους που εξαρτώνται από τη χρησιμοποιούμενη κάθε φορά ΚΕ [69–77]. Αν και η περιοχή υψηλών πυκνοτήτων μάζς είναι άγνωστη, αυτή κοντά στη πυκνότητα κορεσμού της

συμμετρικής πυρηνικής ύλης είναι αρκετά περιορισμένη και με προβλέψεις που έχουν μια κάποια αξιοπιστία. Σε αυτή ακριβώς τη περιοχή εντάσσεται η διεπαφή φλοιού-πυρήνα. Ο πυρήνας καταλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος της μάζας [69], ενώ ο φλοιός, με πάχος περίπου 10% της συνολικής ακτίνας, μόλις ένα μικρό ποσοστό της συνολικής μάζας. Στο σύνορο μεταξύ τους πραγματοποιείται μια μετατροπή φάσης από την ομογενή ύλη υψηλής πυκνότητας στην ανομοιογενή σε χαμηλότερες πυκνότητες. Έχει βρεθεί ότι η πυκνότητα μετάβασης σχετίζεται με κάποιες ιδιότητες των πεπερασμένων πυρήνων όπως η διπολική πολωσιμότητα και άλλες [78-80].

Η βαρυονική πυκνότητα μετάβασης  $n_t$  δεν είναι γνώστο ακόμα ποια τιμή πρέπει να έχει και ο υπολογισμός της αποτελεί ένα πολύπλοκο πρόβλημα λόγω της περίπλοκης δομής του εσωτερικού φλοιού. Ένας ευρέως γνωστός τρόπος είναι να βρίσκει κανείς τη πυκνότητα στην οποία το ομογενές υγρό γίνεται ασταθές σε διακυμάνσεις μικρού πλάτους της πυκνότητας, που να υποδεικνύει το σχηματισμό πυρηνικών συμπλεγμάτων (*nuclear clusters*). Αυτή η προσέγγιση συμπεριλαμβάνει τη δυναμική μέθοδο [81-87], τη θερμοδυναμική [88-91], τη προσέγγιση τυχαίων φάσεων (*random phase approximation* ή *RPA*) [80, 92] και τη μέθοδο *Vlasov* [93, 94]. Μια μέθοδος για τον καθορισμό της πυκνότητας μετάβασης στο πλαίσιο της ενοποιημένης καταστατικής εξίσωσης δίνεται στην [95]. Πρόσφατα, οι *Carreau et al.* [96] μελέτησαν τη μετάβαση πυρήνα-φλοιού στα πλαίσια ενός ενοποιημένου μετα-μοντέλου της πυρηνικής ΚΕς, όπου οι εξισώσεις μεταβολών στο φλοιό λύνονται μέσα από μια προσέγγιση τύπου συμπιέσιμης υγρής σταγόνας (*Compressible Liquid – Drop* ή *CLD approach*).

Το σύνορο ανάμεσα στο φλοιό και το πυρήνα επηρεάζει τόσο τη δομή του φλοιού όσο και κάποιες δυναμικές διαδικασίες. Αν η πυκνότητα μετάβασης  $n_t$  είναι αρκετά υψηλή τότε είναι πιθανό μη σφαιρικές φάσεις να κάνουν την εμφάνισή τους πριν την τελική διάλυση των ατομικών πυρήνων [97, 98]. Αν, από την άλλη, η  $n_t$  είναι σχετικά χαμηλή, τότε η ύλη ακολουθεί μια άμεση μετάβαση από σφαιρικούς ατομικούς πυρήνες σε ένα ομοιόμορφο νουκλεονικό ρευστό. Γενικά, οι τιμές της  $n_t$  σχετίζονται με την ύπαρξη της πυρηνικής πάσας [95, 99], αν και δε θα ασχοληθούμε εδώ με αυτό το θέμα. Οι ανωμαλίες περιστροφής των παλμιτών (*pulsar glitches*) σχετίζονται με ένα μέρος της ροπής αδράνειας του φλοιού [100-102]. Επιπρόσθετα, οι συχνότητες μιας κλάσης ταλαντώσεων αστέρων νετρονίων, που μπορούν να ανιχνευθούν από παρατηρήσεις ημιπεριοδικών ταλαντώσεων (*quasiperiodic oscillations*) σε εκπομπές ακτίνων X, είναι εξαρτώμενες από τη πυκνότητα μετάβασης φλοιού-πυρήνα [9, 103, 104]. Κατά τη διαδικασία ψύξης ενός αστέρα νετρονίων, η θερμοκρασιακή αποκατάσταση του φλοιού επηρεάζεται από την ακτίνα του [9, 105, 106]. Επιπλέον, σχετικά με τη συνθήκη αστάθειας των καταστάσεων  $r$  (*r – mode instability*), η κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα επηρεάζεται από την ακτίνα του πυρήνα, τη πυκνότητα μετάβασης και τη πυκνότητα ενέργειας [107-115].

Στη δική μας περίπτωση, υπολογίζουμε τη πυκνότητα μετάβασης (*transition density*)  $n_t$  και την αντίστοιχη πίεση  $P_t$  τόσο στο πλαίσιο της δυναμικής με-

θόδου όσο και σε αυτό της θερμοδυναμικής, χρησιμοποιώντας διάφορα πυρηνικά μοντέλα που παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α'. Πιο συγκεκριμένα, παρακολουθούμε τις επιδράσεις της συνεισφοράς του όρου *Coulomb* αλλά και των όρων κλίσης της πυκνότητας (*density gradient terms*) στο καθορισμό των  $n_t$  και  $P_t$ . Αυτό γίνεται και για κάποιες ιδιότητες των αστέρων νετρονίων εξετάζοντας παράλληλα το πως η πυρηνική ενέργεια συμμετρίας επηρεάζει τις προαναφερθείσες τιμές. Επίσης, επικεντρώνουμε τη μελέτη μας γύρω από το σφάλμα που εισάγεται εφαρμόζοντας τη παραβολική προσέγγιση (*parabolic approximation*) για την ενέργεια συμμετρίας, όχι μόνο για τις τιμές των  $n_t$  και  $P_t$  αλλά και για προβλέψεις γύρω από παρατηρήσιμες ιδιότητες αστέρων νετρονίων. Παρουσιάζουμε την αναγκαιότητα της ταυτόχρονης εφαρμογής της δυναμικής μεθόδου και του πλήρους αναπτύγματος για την ενέργεια συμμετρίας ώστε να μπορέσουμε να έχουμε αξιόπιστες προβλέψεις.

Επιπρόσθετα, παρέχουμε αναλυτικές εκφράσεις για τη μάζα της κρούστας  $M_{crust}$  και για τη πίεση μετάβασης  $P_t$ . Μια ημιαναλυτική έκφραση, βασισμένη σε θεωρητικά και εμπειρικά επιχειρήματα, έχει παραχθεί για τη  $P_t$  και παρουσιάζεται. Ειδικότερα, θεωρώντας καθορισμένες τιμές για την ενέργεια συμμετρίας στη πυκνότητα κορεσμού, φτάνουμε σε μια ανεξαρτήτως μοντέλου σχέση ανάμεσα στη  $P_t$  και τη παράμετρο κλίσης (*slope parameter*)  $L$ . Τέλος, εφαρμόζουμε την αναλυτική λύση *Tolman VII* των εξισώσεων *TOV* και παράγουμε αναλυτικές εκφράσεις για τις κλίμακες χρόνου (*time scales*) και τις συχνότητες που σχετίζονται με τις αστάθειες κατάστασης  $r$  (*r - mode instabilities*) (οι οποίες είναι ευαίσθητες στη περιοχή που μελετάμε). Η προτεινόμενη προσέγγιση αποδεικνύεται αρκετά ακριβής, παρέχοντας κάποιες χρήσιμες αναλυτικές εκφράσεις κατάλληλες για εφαρμογές αστροφυσικής.

Στη συνέχεια, επεκτείνοντας τη δουλειά μας στη περιοχή χαμηλών πυκνοτήτων, αρχικά, μελετάμε πιο συστηματικά τη σύγκλιση των τιμών  $n_t$  και  $P_t$  που προκύπτουν από το ανάπτυγμα της βαρυονικής ενέργειας ανά σωματίο ως προς τη παράμετρο ασυμμετρίας  $I = (n_n - n_p)/(n_n + n_p)$  (με  $n_n$  και  $n_p$  να είναι οι αριθμητικές πυκνότητες των νετρονίων και πρωτονίων αντίστοιχα). Είναι γνωστό ότι κρατώντας μόνο τον τετραγωνικό όρο ως προς  $I$ , η ακρίβεια του αναπτύγματος είναι ικανοποιητική. Οι περισσότερες σχετικές μελέτες χρησιμοποιούν αυτόν τη προσέγγιση που είναι γνωστή ως παραβολική προσέγγιση (ΠΠ). Σε σχετικά πρόσφατες μελέτες εξετάζονται οι επιδράσεις επιπρόσθετων όρων μέχρι τάξης  $O(I^6)$  [147]. Στη δουλειά μας αξιοποιούμε και ανώτερους όρους μέχρι τάξης  $O(I^{10})$ , με την υπόθεση πως αυτό θα είναι επαρκές για ένα βασικό συμπέρασμα γύρω από την ταχύτητα σύγκλισης των τιμών που προκύπτουν από το ανάπτυγμα. Ειδικότερα, χρησιμοποιούμε τις ενέργειες ανά βαρυόνιο, έτσι όπως αυτές προκύπτουν από διάφορα πυρηνικά μοντέλα, επικεντρώνοντας στο ρόλο που παίζει η παράμετρος κλίσης  $L$  της ενέργειας συμμετρίας στη πυκνότητα κορεσμού και τις επιδράσεις της στην ταχύτητα σύγκλισης. Αξιοποιούμε τόσο τη θερμοδυναμική όσο και τη δυναμική μέθοδο για τους όρους του αναπτύγματος, επικεντρώνοντας στη παραβολική προσέγγιση (ΠΠ) και το πλήρες ανάπτυγμα (ΠΑ), που αντιστοιχεί ουσιαστικά στη

πλήρη έκφραση για κάθε περίπτωση μοντέλου.

Σε επόμενο στάδιο, προχωράμε στην εφαρμογή όλων των παραπάνω σε κάποιες ιδιότητες των αστέρων νετρονίων που πιστεύουμε πως επηρεάζονται από τις τιμές των  $n_t$  και  $P_t$ . Πιο συγκεκριμένα, ασχολούμαστε με τη ροπή αδράνειας του φλοιού των στατικών και αργά περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων, τη κρίσιμη συχνότητα της αστάθειας της κατάστασης  $r$ , τη παλιρροϊκή πολωσιμότητα και την ελάχιστη μάζα. Τέλος, αναλύουμε και σχολιάζουμε το εύρος των επιδράσεων της μελέτης της διεπαφής φλοιού-πυρήνα για τις προαναφερθείσες ιδιότητες.

## Κεφάλαιο 2

# ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

Σκοπό σε αυτό το κεφάλαιο έχουμε να παρουσιάσουμε με λεπτομέρειες τη μελέτη που κάναμε [43] γύρω από το πως επηρεάζει το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου ιδιότητες των αστέρων νετρονίων. Η ταχύτητα του ήχου  $v_s$ , όπως προκύπτει από την αιτιότητα, δε θα πρέπει να υπερβαίνει αυτή του φωτός. Οι επιδράσεις του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου πάνω στη μέγιστη μάζα των αστέρων νετρονίων θα πρέπει να συγκριθούν με τις πρόσφατες αστρονομικές παρατηρήσεις. Με βάση τα παραπάνω υπολογίζουμε τιμές μέγιστων μαζών για διάφορα σενάρια που αφορούν την ταχύτητα του ήχου, αξιοποιώντας πυρηνικά μοντέλα ευρέως χρησιμοποιούμενα στη βιβλιογραφία και κύρια με τη δυνατότητα να αναπαράγουν τη παρατηρούμενη τιμή των  $2 M_\odot$  [2, 116]. Η μελέτη έγινε για υψηλές τιμές πυκνότητας. Επίσης, θεωρήσαμε τα άνω όρια  $v_s = c$  και  $v_s = c/\sqrt{3}$  για την ταχύτητα του ήχου, καθώς και μια φαινομενολογική προσέγγιση βασισμένη στη κινητική θεωρία.

Επιπλέον, επεκτείνουμε τη μελέτη μας με την ανάλυση της παλιρροϊκής πολωσιμότητας (*tidal polarizability*), η οποία μπορεί να μετρηθεί πειραματικά. Τα θεωρητικά αποτελέσματα που προκύπτουν τα συγκρίνουμε με τις αντίστοιχες παρατηρήσεις των *Advanced LIGO* και *Einstein Telescope*.

### 2.1 Η καταστατική εξίσωση για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας

Είναι γνωστό ότι δε μπορούν να καθοριστούν όρια για τη μάζα των μη περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων χωρίς να γίνουν πρώτα κάποιες υποθέσεις που αφορούν τη συμπεριφορά της ύλης τους [16]. Ακολουθώντας τη δουλειά των *Sabbadini* και *Hartle* [117, 118] θυμίζουμε ότι κάνουμε τις ακόλουθες υποθέσεις: (α) η ύλη ενός αστέρα νετρονίων είναι ένα τέλειο ρευστό που περιγράφεται από μια μονοπαραμετρική ΚΕ ανάμεσα στη πίεση  $P$  και τη πυκνότητα ενέργειας  $\mathcal{E}$ , (β) η πυκνότητα ενέργειας  $\mathcal{E}$  είναι μη αρνητική (εξαιτίας του

ελκτικού χαρακτήρα της βαρυτικής δύναμης), (γ) η ύλη είναι μικροσκοπικά ευσταθής, κάτι το οποίο εξασφαλίζεται από τις συνθήκες  $P \geq 0$  και  $dP/d\mathcal{E} \geq 0$ , και (δ) κάτω από μια κρίσιμη βαρυονική πυκνότητα  $n_0$  η ΚΕ είναι γνωστή.

Από τις παραπάνω υποθέσεις και τη λύση των εξισώσεων TOV, προκύπτει ότι η πυκνότητα και η πίεση μειώνονται όσο προχωράμε προς το εξωτερικό του αστέρα. Επιπλέον, με σκοπό να καθορίσουμε καλύτερα την ΚΕ, ορίζουμε την ακτίνα  $R_0$ , στην οποία η πίεση είναι  $P_0 = P(n_0)$ , και χωρίζουμε τον αστέρα νετρονίων σε δύο περιοχές. Έτσι, έχουμε τον πυρήνα ( $r \leq R_0$ ,  $n \geq n_0$ ) και το περίβλημα ( $r \geq R_0$ ,  $n \leq n_0$ ). Η πίεση  $P$ , η πυκνότητα ενέργειας  $\mathcal{E}$ , η πυκνότητα  $\rho$  και η βαρυονική πυκνότητα  $n$  στη πυρηνική ύλη συνδέονται μέσα από τις σχέσεις:

$$\mathcal{E} = n \left( E + mc^2 \right) = \rho c^2, \quad P = n \frac{d\mathcal{E}}{dn} - \mathcal{E}, \quad (2.1)$$

όπου  $E$  είναι η ενέργεια ανά βαρυόνιο και  $m$  είναι η μάζα του νουκλεονίου.

Για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας κατασκευάζουμε την ΚΕ με την ακόλουθη δομή,

$$P(\mathcal{E}) = \begin{cases} P_{crust}(\mathcal{E}), & \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_{c-edge} \\ P_{NM}(\mathcal{E}), & \mathcal{E}_{c-edge} \leq \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_0 \\ \left( \frac{v_s}{c} \right)^2 (\mathcal{E} - \mathcal{E}_c) + P_{NM}(\mathcal{E}_0), & \mathcal{E}_0 \leq \mathcal{E}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Σύμφωνα με την (2.2), η ΚΕ αυτή χωρίζεται σε τρεις περιοχές. Πιο συγκεκριμένα, πάνω από την κρίσιμη πυκνότητα ενέργειας  $\mathcal{E}_0$  η ΚΕ είναι μέγιστα *stiff* με την ταχύτητα του ήχου  $\sqrt{\left( \frac{\partial P}{\partial \mathcal{E}} \right)_S}$  καθορισμένη στο διάστημα  $[c/\sqrt{3}, c]$ . Στην ενδιάμεση περιοχή  $\mathcal{E}_{c-edge} \leq \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_0$  χρησιμοποιούμε μια συγκεκριμένη κάθε φορά ΚΕ που προκύπτει από πυρηνικά μοντέλα (θα αναφερθούμε παρακάτω), ενώ για την περιοχή  $\mathcal{E} \leq \mathcal{E}_{c-edge}$  αξιοποιούμε την εξίσωση των *Feynman*, *Metropolis* και *Teller* [120] καθώς και των *Baym*, *Pethick* και *Sutherland* [121]. Η πυκνότητα ενέργειας  $\mathcal{E}_{c-edge}$  ανάμεσα στον υγρό πυρήνα και το στερεό φλοιό καθορίζεται εφαρμόζοντας τη θερμοδυναμική μέθοδο [90]. Στη πραγματικότητα, για πυκνότητες ενέργειας χαμηλότερες της  $\mathcal{E}_{c-edge}$  η ΚΕ έχει αμελητέα επίδραση για τη παραπάνω διάταξη. Όμως, για λόγους πληρότητας, χρησιμοποιούμε αυτή την επιπρόσθετη δομή της κρούστας στους υπολογισμούς.

Χαρακτηριστικά έχουμε τις παρακάτω περιπτώσεις που αφορούν τα αποτελέσματα των θεωρητικών υπολογισμών μας: (α) τη περίπτωση όπου η κρίσιμη (*fiducial*) πυκνότητα είναι  $n_0 = 1.5n_s$  και για  $n \geq n_0$  η ταχύτητα του ήχου είναι  $v_s = c$  (ΚΕ/*maxstiff*), (β) τη περίπτωση όπου  $n_0 = 1.5n_s$  και για  $n \geq n_0$  έχουμε για την ταχύτητα του ήχου την τιμή  $v_s = c/\sqrt{3}$  (ΚΕ/*minstiff*) και (γ) τη περίπτωση όπου για  $n \geq n_{c-crust}$  απλά χρησιμοποιούμε την επιλεγόμενη ΚΕ χωρίς περιορισμούς (ΚΕ/κανονική).

Γενικότερα, υπάρχουν πολύ δυνατοί συνδυασμοί για τις ΚΕς λόγω της κρίσιμης πυκνότητας  $n_0$  και του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου, που μπορούν να κυμαίνονται στα διαστήματα  $[1.5n_s, 5n_s]$  και  $[c/\sqrt{3}, c]$  αντίστοιχα. Συνεπώς, υπάρχει μια ολόκληρη ποικιλία από ΚΕς που βρίσκονται ανάμεσα στις δύο ακραίες περιπτώσεις:  $KE/maxstiff$  και  $KE/minstiff$ .

## 2.2 Για τα πυρηνικά μοντέλα

Τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α'. Στη κάθε περίπτωση, έχουμε μια σχέση για την ενέργεια ανά σωματίδιο της πυρηνικής ύλης  $E(n, I)$  ως συνάρτηση της πυκνότητας βαρυονίων  $n$  και της παραμέτρου ασυμμετρίας  $I = (n_n - n_p)/n = 1 - 2x$ , όπου  $x$  είναι το ποσοστό πρωτονίων  $n_p/n$ . Για την ύλη της β-ευστάθειας, που μας ενδιαφέρει εδώ, το ποσοστό πρωτονίων  $x$  προκύπτει από τη συνθήκη,

$$\frac{\partial \mathcal{E}(u, x)}{\partial x} + \mu_e(u, x) = 0, \quad (2.3)$$

όπου  $\mathcal{E} = E/n$  είναι η πυκνότητα ενέργειας. Για ένα υπερχετικιστικό εκφυλισμένο αέριο ηλεκτρονίων, το χημικό δυναμικό  $\mu_e$  δίνεται από τη σχέση

$$\mu_e(u, x) = \hbar c (3\pi^2 x n_s u)^{1/3}. \quad (2.4)$$

Όσον αφορά τη σχετικιστική κινητική θεωρία, πέρα από αυτά που αναφέρονται στην αντίστοιχη υποενότητα, πρέπει να ξεκαθαρίσουμε τα εξής: Οι τιμές των σταθερών  $C_1$  και  $C_2$  καθορίζονται με τη βοήθεια της κρίσιμης πυκνότητας  $n_0$ . Έτσι, η αντίστοιχη ΚΕ για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας ενός αστέρα νετρονίων δίνεται από την ακόλουθη σχέση [βλέπε (2.2)],

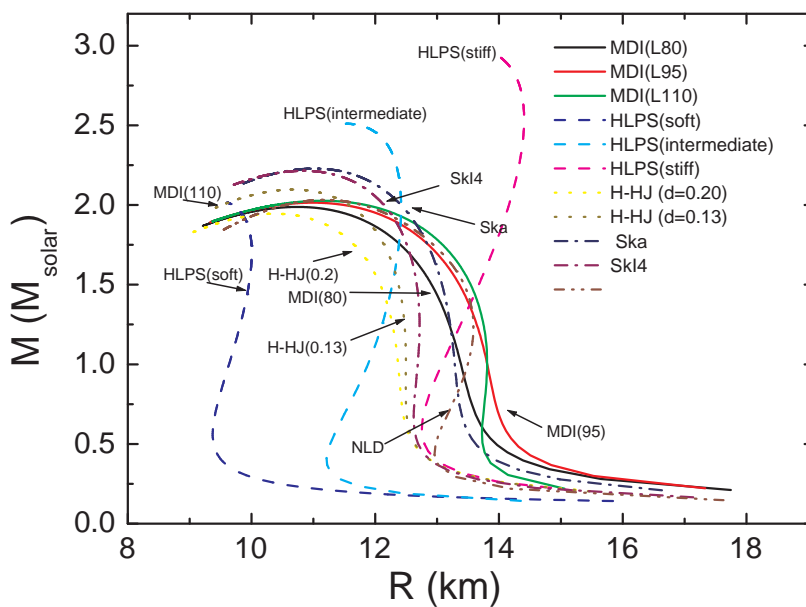
$$P(n) = \begin{cases} P_{crust}(n), & n \leq n_{c-edge} \\ P_{NM}(n), & n_{c-edge} \leq n \leq n_0 \\ C_1 n^{a_1} (a_1 - 1) + C_2 n^{a_2} (a_2 - 1), & n_0 \leq n. \end{cases} \quad (2.5)$$

Για τη ΚΕ στη περιοχή  $n_{c-edge} \leq n \leq n_0$  χρησιμοποιούμε το μοντέλο  $MDI$  με  $L = 110$  MeV. Όμως, τα αποτελέσματα, ιδιαίτερα για χαμηλές τιμές της κρίσιμης πυκνότητας  $n_0$ , είναι ανεξάρτητα μοντέλου. Αξίζει να σημειώσουμε ότι η συνθήκη  $\left(\frac{v_s}{c}\right)^2 \leq \frac{\mathcal{E} - P/3}{P + \mathcal{E}}$  ικανοποιείται παντού.

## 2.3 Οι επιδράσεις της ταχύτητας του ήχου στη ΚΕ για ύλη β-ευστάθειας

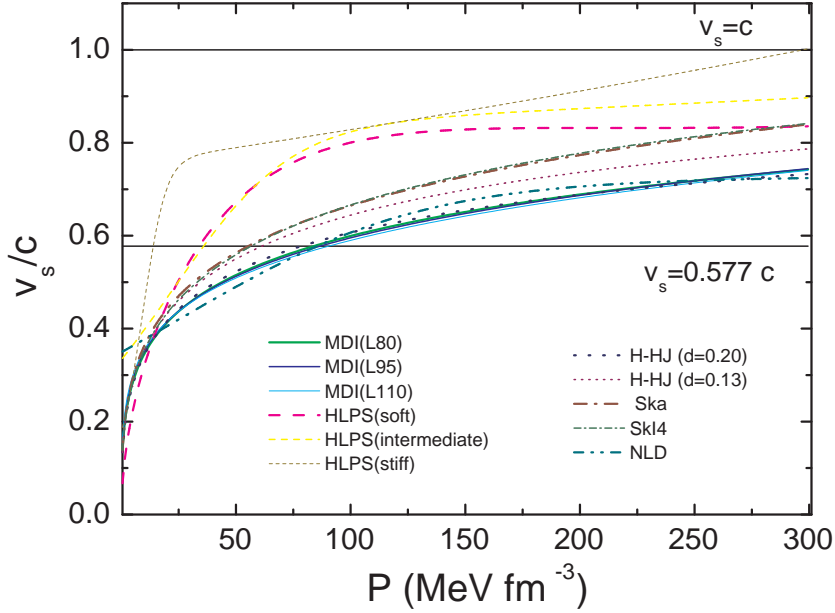
Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε κάποια αποτελέσματα από τις επιδράσεις που προκαλεί η ταχύτητα του ήχου στην αδρονική ΚΕ για ύλη που





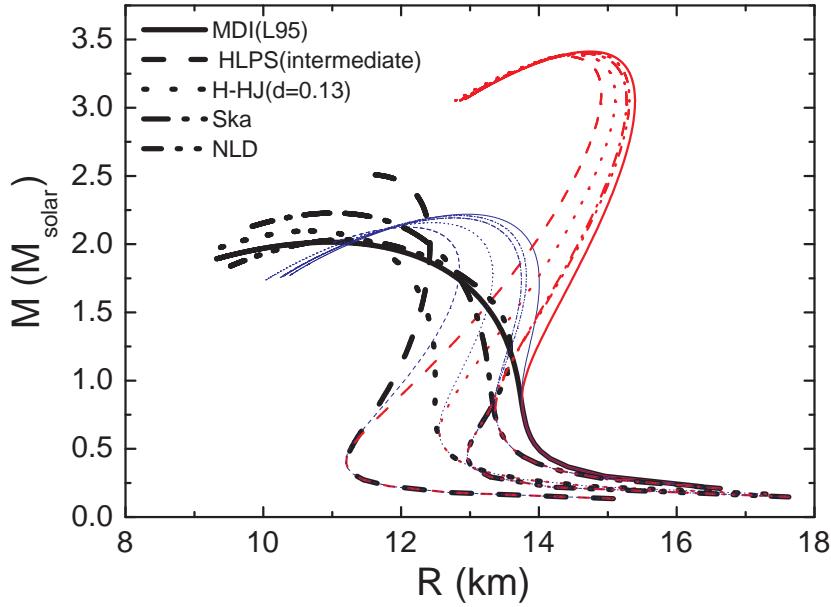
Σχήμα 2.1: Διάγραμμα μάζας-ακτίνας για τις ΚΕ της παρούσας μελέτης.

βρίσκεται σε β-ευστάθεια. Δε συμπεριλαμβάνουμε βαθμούς ελευθερίας που σχετίζονται με υπερόνια (*hyperons-strangeness degrees of freedom*). Αν το κάναμε, θα οδηγούσαμε τη ΚΕ να γίνει πιο *soft*. Επικεντρώνουμε κυρίως στην εκτίμηση της μέγιστης μάζας των αστέρων νετρονίων, συνυπολογίζοντας τους περιορισμούς στο άνω όριο της ταχύτητας του ήχου.



Σχήμα 2.2: Η εξάρτηση της ταχύτητας του ήχου από τη πίεση για τις ΚΕ. Υποδεικνύονται και τα άνω όρια  $v_s = c$  και  $v_s = c/\sqrt{3} \approx 0.577c$ .

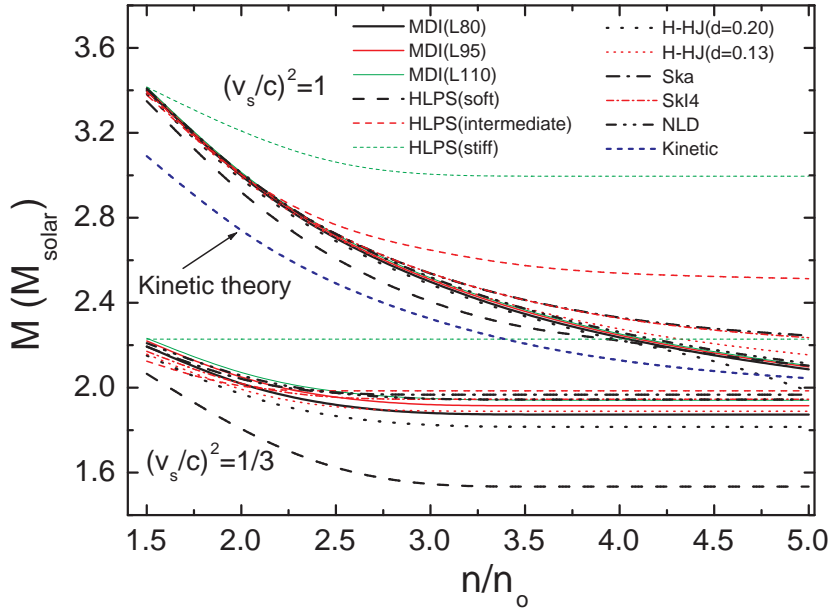
Στο Σχήμα 2.1 αναπαριστάμε τη σχέση μάζας-ακτίνας των αστέρων νετρονίων για διάφορες περιπτώσεις ΚΕ δίχως περιορισμούς στην ταχύτητα του ήχου (εκτός από τη σχετικιστική περίπτωση). Μπορεί να δει κανείς ότι όλα τα αδρονικά μοντέλα μπορούν να αναπαράγουν τη σχετικά πρόσφατη παρατήρηση των αστέρων νετρονίων με  $2 M_{\odot}$ . Γενικότερα, όσο πιο *stiff* η ΚΕ (σε υψηλές πυκνότητες), τόσο πιο υψηλή είναι και η μέγιστη μάζα. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα για τις διάφορες περιπτώσεις (*soft*, *intermediate*, *stiff*) της ΚΕ *HLPS*. Είναι ένα γενικό χαρακτηριστικό, που προκύπτει από το γεγονός ότι για μια *soft* ΚΕ η ύλη μπορεί να συμπιεστεί σχετικά πιο εύκολα από μια *stiff*. Έτσι, απαιτείται λιγότερη βαρυτική ενέργεια για έναν ευσταθή αστέρα νετρονίων.



Σχήμα 2.3: Το διάγραμμα μάζας-ακτίνας για τις πέντε ΚΕς (ΚΕ/κανονική με χοντρό πάχος γραμμής) σε σύγκριση με τις άλλες διαμορφώσεις μέγιστης μάζας των ΚΕ/*minstiff* (με μεσαίο πάχος γραμμής) και ΚΕ/*maxstiff* (με ψιλό πάχος γραμμής).

Με το Σχήμα 2.2 γίνεται φανερό ότι σχεδόν όλες οι ΚΕ τηρούν την αιτιότητα ακόμα και για υψηλές τιμές της πίεσης (εκτός από τη *stiff* περίπτωση του *HLPS* όπου η  $v_c$  ξεπερνά τη  $c$  για σχετικά χαμηλή πίεση). Όμως, αξίζει να σημειωθεί ότι σε όλα τα αδρονικά μοντέλα η ταχύτητα του ήχου  $v_c$  προσεγγίζει το όριο  $c/\sqrt{3}$  σε σχετικά χαμηλές τιμές της πίεσης (για  $P \leq 100 \text{ MeV fm}^{-3}$ ). Αυτό το χαρακτηριστικό έχει σημαντική επίδραση στη διαμόρφωση της μέγιστης μάζας.

Στο Σχήμα 2.3 παρουσιάζουμε τη σχέση μάζας-ακτίνας για διάφορα πυρηνικά μοντέλα συμπεριλαμβανομένων των περιπτώσεων που προκύπτουν για αυτά με βάση την επιλογή για το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου. Για να μπορεί να γίνει σύγκριση παραθέτουμε τις πέντε επιλεγόμενες ΚΕς για τη κανονική περίπτωση (δηλαδή χωρίς περιορισμούς στη  $v_s$  εκτός από αυτή που προκύπτει από τη σχετικότητα  $v_s < c$ ). Είναι φανερό ότι το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου επηρεάζει σημαντικά τη δομή ενός αστέρα νετρονίων. Όσο πιο ψηλά βρίσκεται το όριο μετά τη κρίσιμη πυκνότητα, τόσο πιο *stiff* και η αντίστοιχη ΚΕ. Αυτό οδηγεί σε υψηλότερη τιμή της μέγιστης μάζας του αστέρα



Σχήμα 2.4: Η μέγιστη μάζα των αστέρων νετρονίων ως συνάρτηση της κρίσιμης πυκνότητας  $n_0$  για τα δύο άνω όρια  $v_s = c$  και  $v_s = c/\sqrt{3}$ . Η περίπτωση που προκύπτει από τη κινητική θεωρία, επίσης, υποδεικνύεται στο σχήμα

νετρονίων. Θέτοντας το άνω όριο  $v_s = c/\sqrt{3}$  η *stiffness* της KE γίνεται πιο αδύναμη για μεγαλύτερες πυκνότητες και συνεπώς, η μάζα του αστέρα πέφτει σε χαμηλότερες τιμές. Σημαντική επιρροή στα παραπάνω αποτελέσματα έχει η κρίσιμη πυκνότητα και κυρίως από που επιλέγουμε να ξεκινήσει. Όμως, οι επιδράσεις του άνω ορίου της  $v_s$  στη δομή του αστέρα νετρονίων είναι αρκετά πιο ισχυρές και για αυτό το λόγο πρέπει να υπολογίζεται στις αντίστοιχες μελέτες.

Για να ξεκαθαρίσουμε τη συσχέτιση της  $M_{max}$  από τη κρίσιμη πυκνότητα, κατασκευάσαμε το Σχήμα 2.4 για διάφορες KEs. Θεωρήσαμε τις τρεις περιπτώσεις άνω ορίων για την ταχύτητα του ήχου:  $v_s = c$ ,  $v_s = c/\sqrt{3}$  και αυτό που προκύπτει από τη κινητική θεωρία [βλέπε (Α'.8)]. Μπορούμε να δούμε από το σχήμα ότι υπάρχει μια συνολική μείωση για τη μάζα των αστέρων νετρονίων καθώς αυξάνει η κρίσιμη πυκνότητα. Η συμπεριφορά ως προς τη πυκνότητα του ορίου  $v_s = c/\sqrt{3}$  στους υπολογισμούς που κάναμε, προκαλεί αρχικά μια μείωση στη μάζα των αστέρων νετρονίων ενώ στη συνέχεια προσεγγίζει μια σταθερή τιμή που είναι χαρακτηριστική για κάθε KE. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι η μάζα πέφτει κάτω από τη πειραματική τιμή των δύο ηλιακών

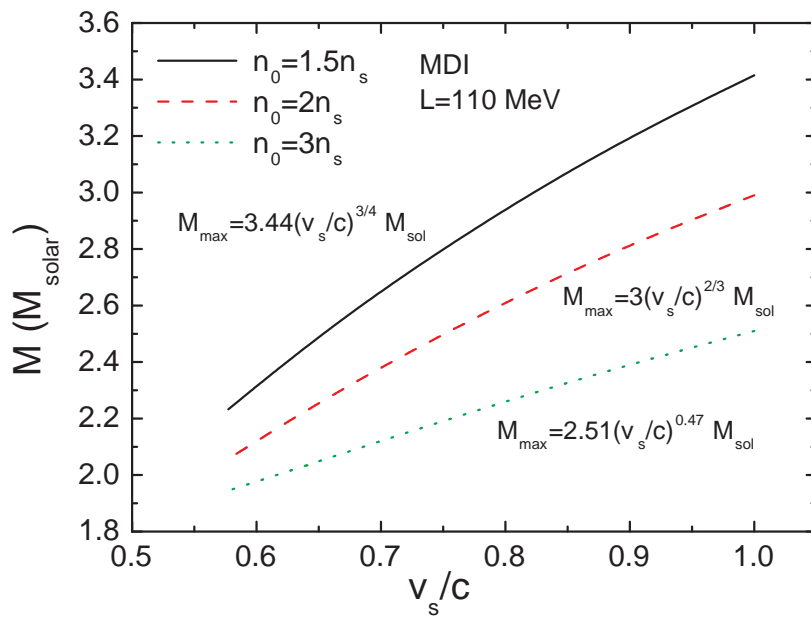
μαζών για όλες σχεδόν τις περιπτώσεις (η μόνη εξαίρεση είναι η *stiff* περίπτωση του μοντέλου *HLPS*). Επομένως, η υπόθεση  $v_s = c/\sqrt{3}$  για τιμή του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου για συμπιεσμένη ύλη (*compressed matter*) θα απέρριπτε συγκεκριμένες ΚΕΣ που αντιφάσκουν με τις πρόσφατες αστροφυσικές παρατηρήσεις μαζικών αστέρων νετρονίων. Τα αποτελέσματά μας είναι παρόμοια με αυτά των *Bedaque* και *Steiner* [33]. Στη δημοσίευσή τους παρουσιάζουν ότι το συγκεκριμένο άνω όριο, αν συνδυαστεί με μια συγκεκριμένη ΚΕ της αδρονικής ύλης σε χαμηλές πυκνότητες, δε συμβαδίζει με την ύπαρξη αστέρων νετρονίων με δύο ηλιακές μάζες.

Από την άλλη πλευρά, όταν επιλέγουμε το όριο  $v_s = c$  τότε η μέγιστη μάζα αυξάνεται σημαντικά (για περισσότερα βλέπε [24, 28] και τις αντίστοιχες αναφορές εκεί). Οι υπολογισμοί μας είναι σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις των μαζικών αστέρων νετρονίων ακόμα και για υψηλές τιμές της κρίσιμης πυκνότητας  $\rho_0$ . Οι προβλέψεις της κινητικής θεωρίας για την  $M_{max}$  είναι χαμηλότερες αλλά κοντά σε αυτές του ορίου αιτιότητας και σύμφωνα με τις παρατηρήσεις.

Σχετικά πρόσφατα, η ανάλυση σύντομων εκρήξεων ακτίνων  $\gamma$  έδωσε ένα άνω όριο για τη μάζα των αστέρων νετρονίων [122]. Με βάση αυτές τις μελέτες, οι περισσότερες σύντομες εκρήξεις ακτίνων  $\gamma$  παράγονται από τη συνένωση δύο αστέρων νετρονίων, και αν το κατάλοιπο της συγχώνευσης καταρρεύσει γρήγορα τότε το άνω όριο για τη μάζα περιορίζεται αυστηρά. Αν υποθέσουμε ότι η περιστροφή του κατάλοιπου της συγχώνευσης περιορίζεται μόνο από την αποβολή μάζας (*mass shedding*) που προκαλείται, τότε η μέγιστη βαρυτική μάζα ενός μη περιστρεφόμενου αστερά νετρονίων είναι  $M_{max} = (2 - 2.2)M_\odot$  [122].

Παρομοίως, έχουν γίνει μελέτες [123] γύρω από τις φυσικές ιδιότητες του συμπαγούς κατάλοιπου της συγχώνευσης αστέρων νετρονίων συνδυάζοντας αποτελέσματα νευτώνιων υπολογισμών συγχώνευσης (*Newtonian merger calculations*) με μελέτες ΚΕων. Επιπλέον, οι συγγραφείς της [123], χρησιμοποιώντας μελέτες πληθυσμών, καθόρισαν την κατανομή αυτών των κατάλοιπων ώστε να τα συγκρίνουν με παρατηρήσεις. Έτσι, φαίνεται ότι οι πυρήνες μελανών οπών σχηματίζονται γρήγορα μόνο για ΚΕΣ που προβλέπουν μέγιστες μάζες για μη περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων κάτω από  $M_{max} = (2.3 - 2.4)M_\odot$ . Όλες αυτές οι αναλύσεις, αν και αντιμετωπίζουν το πρόβλημα του άνω ορίου της μάζας των αστέρων νετρονίων με διαφορετικούς τρόπους, προβλέπουν ως απόλυτο άνω όριο  $M_{max} \geq 2M_\odot$ . Αυτή η πρόβλεψη είναι σύμφωνη με τις παρατηρήσεις [2, 116]. Είναι προφανές ότι το προτεινόμενο άνω όριο  $v_s = c/\sqrt{3}$  αποτυγχάνει να αναπαράξει τα απόλυτα άνω όρια των  $(2.3 - 2.4)M_\odot$ . Σε κάθε περίπτωση, μόνο επιπρόσθετες παρατηρήσεις θα ξεκαθαρίσουν περαιτέρω το πρόβλημα της  $M_{max}$  παρέχοντας και επιπλέον περιορισμούς για το άνω όριο της μάζας.

Στο Σχήμα 2.5 παρουσιάζουμε την εξάρτηση της  $M_{max}$  από το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου και για τρεις περιπτώσεις με διαφορετικές τιμές της κρίσιμης πυκνότητας. Η εξάρτηση είναι της μορφής  $M_{max} = a(v_s/c)^b M_\odot$ . Οι τιμές



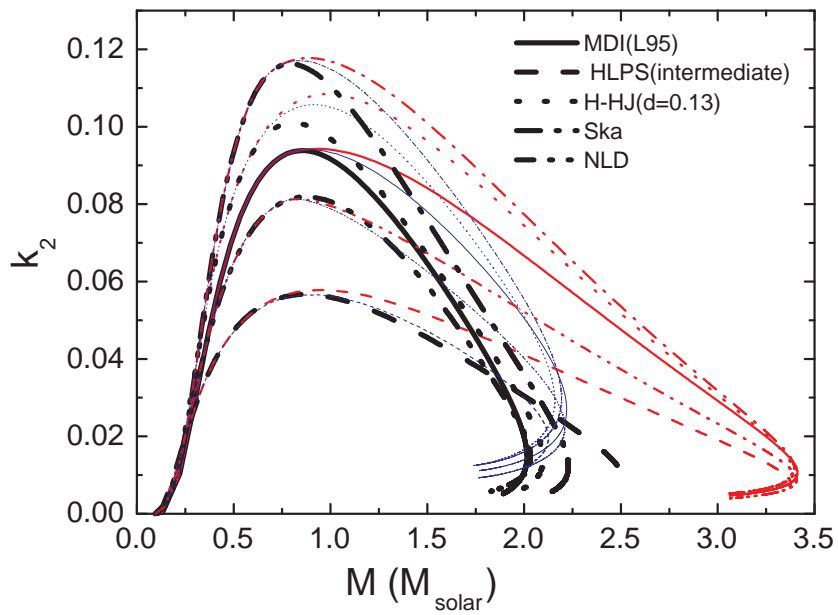
Σχήμα 2.5: Η μέγιστη μάζα ως συνάρτηση του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου για τρεις διαφορετικές τιμές της κρίσιμης πυκνότητας.

των παραμέτρων  $a$  και  $b$ , για κάθε περίπτωση, έχουν επιλεγεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Θεωρούμε ένα παράδειγμα με βάση το μοντέλο *MDI*. Οι υπολογισμοί δείχνουν ότι παρόμοια συμπεριφορά υπάρχει και για τις άλλες ΚΕΣ. Όπως αναμέναμε, για τις χαμηλότερες τιμές της κρίσιμης πυκνότητας  $\rho_0$  η  $M_{max}$  αυξάνει πιο απότομα ως προς τη  $v_s$ . Για χαμηλές τιμές της  $v_s$  η εξάρτηση  $M_{max} - v_s$  προσεγγίζει τα αποτελέσματα της περίπτωσης με ΚΕ/κανονική.

## 2.4 Η παλιρροϊκή πολωσιμότητα και το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου

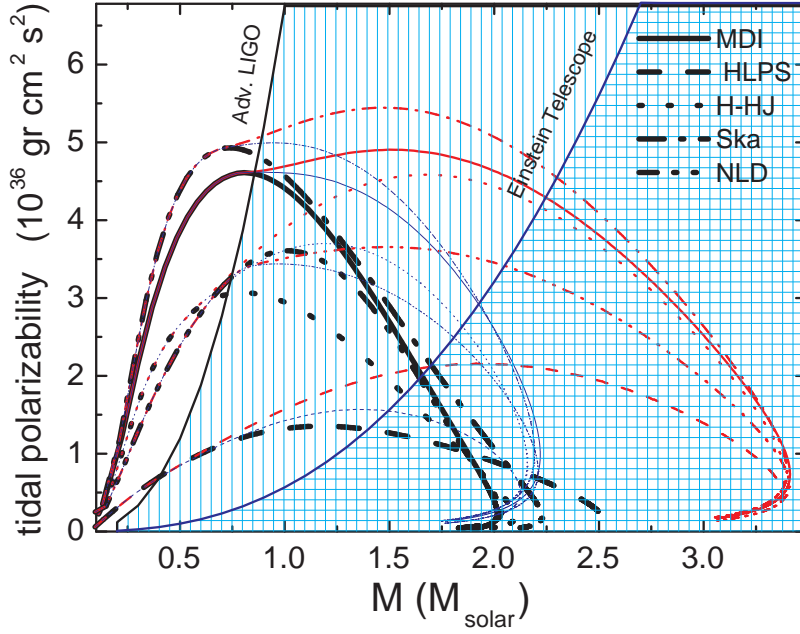
Προτείνουμε μια επιπρόσθετη προσέγγιση με σκοπό τη παραπέρα μελέτη του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζουμε τιμές της παλιρροϊκής πολωσιμότητας ( $\beta$ ) για τις αντίστοιχες ΚΕΣ που χρησιμοποιήσαμε στη μελέτη μας. Είναι γνωστό ότι η επίδραση της εσωτερικής δομής ενός αστέρα πάνω στη κυματομορφή χαρακτηρίζεται από την τιμή της  $\beta$ . Η ποσότητα αυτή αποτελεί μέτρο της τετραπολικής παραμόρφωσης ενός αστέρα που προκαλείται από το παλιρροϊκό πεδίο του συνοδού του σε ένα διπλό σύστημα [39]. Βρέθηκε ότι η  $\beta$  είναι ευαίσθητη από τις λεπτομέρειες της καταστατικής εξίσωσης. Ο αριθμός *Love*  $k_2$  φαίνεται να εξαρτάται ισχυρά από τη παράμετρο συμπαγότητας (*compactness parameter*)  $\beta$  (για μεγάλες τιμές του  $\beta$  μειώνεται γρήγορα) όπως και από την τιμή της  $y_R$  που, επίσης, σχετίζεται με την εσωτερική δομή του αστέρα νετρονίων. Επιπλέον, η  $\beta$  εκδηλώνει ισχυρή εξάρτηση από την ακτίνα  $R$  και συνεπώς από τις λεπτομέρειες της καταστατικής εξίσωσης σε χαμηλές και υψηλές τιμές της πυκνότητας βαρυονίων. Συγκεκριμένα, η μέγιστη μάζα και κατά συνέπεια και η παράμετρος συμπαγότητας είναι ευαίσθητες στη περιοχή μεγάλων πυκνοτήτων της ΚΕ. Σύμφωνα με μελέτες των *Lattimer* και *Prakash* [14], η ακτίνα των αστέρων νετρονίων με μάζες κοντά στη τιμή  $1.4 M_\odot$  εξαρτάται από την πίεση κοντά στη πυκνότητα κορεσμού. Όλα αυτά υποδεικνύουν ότι η μέτρηση της  $\beta$  μπορεί να βάλει περιορισμούς στη μέγιστη μάζα ενός αστέρα νετρονίων που βρίσκεται σε ένα διπλό σύστημα αστέρων νετρονίων.

Στο Σχήμα 2.6 φαίνεται η εξάρτηση του αριθμού *Love*  $k_2$  από τη μάζα ενός αστέρα νετρονίων για πέντε ΚΕΣ. Γίνεται σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα διαμορφώσεων μέγιστης μάζας όπου τα άνω όρια είναι  $v_s = c$  και  $v_s = c/\sqrt{3}$ . Η ποσότητα  $k_2$  είναι εμφανώς εξαρτημένη από το μοντέλο που χρησιμοποιούμε και ειδικά για τιμές μαζών στο διάστημα  $[0.5M_\odot, 1.5M_\odot]$ . Κοντά στην τιμή της  $1 M_\odot$  υπάρχει μια απόκλιση κατά ένα παράγοντα περίπου 2-3 ανάμεσα στα μοντέλα. Στη πραγματικότητα, ο  $k_2$  είναι ισχυρά εξαρτώμενος από το παράγοντα συμπαγότητας  $\beta$  [βλέπε Εξ. (1.3)]. Για παράδειγμα, στο μοντέλο *HLPS*, οι χαμηλές τιμές του  $k_2$  εμφανίζονται στην περιοχή μαζών  $[0.5M_\odot, 1M_\odot]$  λόγω των μεγάλων τιμών του  $\beta$  (βλέπε Σχ. 2.3). Η αλληλεπίδραση ανάμεσα στο άνω όριο της ταχύτητας του ήχου και στη *stiffness* της



Σχήμα 2.6: Ο παλιτροϊκός αριθμός *Love*  $k_2$  ως συνάρτηση της μάζας για πέντε επιλεγόμενες ΚΕ (ΚΕ/κανονική) σε σύγκριση με τις αντίστοιχες διαμορφώσεις μέγιστης μάζας (περιπτώσεις με ΚΕ/*minstiff* και ΚΕ/*maxstiff*). Ο συμβολισμός είναι ίδιος με του Σχήματος 2.3.





Σχήμα 2.7: Η παλιρροϊκή πολωσιμότητα  $\lambda$  ενός αστέρα νετρονίων ως συνάρτηση της μάζας για πέντε επιλεγόμενες ΚΕ (περίπτωση με ΚΕ/κανονική) σε σύγκριση με άλλες περιπτώσεις (ΚΕ/*minstiff* και ΚΕ/*maxstiff*) Ο συμβολισμός ίδιος με το Σχήμα 2.3.

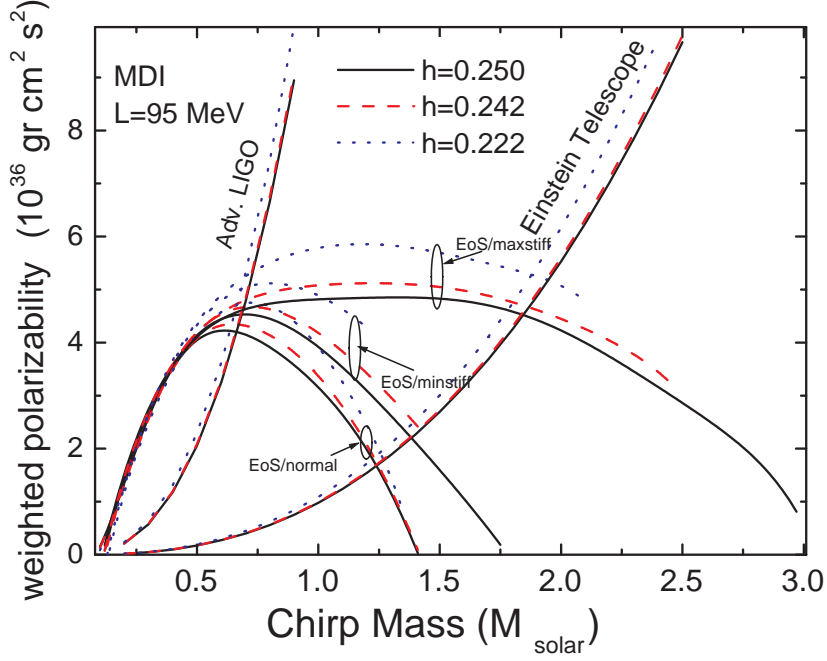
ΚΕ επηρεάζει τον αριθμό *Love*  $k_2$ . Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές του  $k_2$  είναι σχετικά ανεπηρέαστες από τη μορφή της ΚΕς, όταν το όριο  $c/\sqrt{3}$  χρησιμοποιείται για κρίσιμη πυκνότητα  $n_0 = 1.5n_s$  και για αστέρες νετρονίων με μάζες  $M > 1M_\odot$ . Όμως, όταν χρησιμοποιούμε το συμβατικό όριο αιτιότητας ( $v_s < c$ ), η *stiffness* της ΚΕς κάνει την εμφάνισή της με σημαντικές επιδράσεις στον αριθμό  $k_2$ . Στη πραγματικότητα, η ποσότητα  $k_2$  αυξάνει κατά ένα παράγοντα του δύο ή και ακόμη παραπάνω σε σχέση με τα αποτελέσματα για το όριο  $c/\sqrt{3}$ . Επιπρόσθετα, η αντίστοιχη δομή της ΚΕς για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας με  $v_s < c$  και  $n_0 = 1.5n_s$  δίνει πεπερασμένες τιμές του  $k_2$  ακόμα και για μεγάλες μάζες αστέρων νετρονίων ( $M > 2M_\odot$ ). Αυτό το χαρακτηριστικό είναι πολύ διαφορετικό με αυτό που παίρνουμε από τους υπολογισμούς που κάνουμε αν χρησιμοποιήσουμε τη ΚΕ/κανονική για κάθε μοντέλο.

Η  $\lambda$  είναι μια σημαντική ποσότητα, όπως μπορεί να συμπεράνει κανείς από παρατηρήσεις διπλών συστημάτων αστέρων νετρονίων. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Ο συμβολισμός είναι ίδιος με του Σχήματος 2.6. Είναι εμφανής η επίδραση των διαφόρων περιπτώσεων πάνω στις τιμές του  $\lambda$ . Βρήκαμε ότι

το  $\lambda$  κινείται σε ένα πλατύ εύρος τιμών ( $\lambda \sim (1 - 5) \times 10^{36} \text{ gr cm}^2 \text{ s}^2$ ) για τη χρησιμοποιούμενη ΚΕ (ΚΕ/κανονική). Επειδή το  $\lambda$  είναι ευαίσθητο στην ακτίνα του αστέρα, επηρεάζεται άμεσα από τη ΚΕ. Επίσης, μια ΚΕ που οδηγεί σε μεγάλη ακτίνα του αστέρα νετρονίων θα δώσει και υψηλές τιμές για τη  $\lambda$  (και αντίστροφα). Οι περιορισμοί του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου (ΚΕ/*minstiff*) προκαλούν μια μη αμελητέα αύξηση της  $\lambda$  για υψηλές τιμές της μάζας του αστέρα νετρονίων. Όμως, για τη περίπτωση με ΚΕ/*maxstiff* η αντίστοιχη αύξηση της  $\lambda$  είναι ουσιώδης σε σύγκριση με τη περίπτωση με ΚΕ/κανονική. Επιπλέον, σε αυτή τη περίπτωση οι τιμές της  $\lambda$  παραμένουν μετρήσιμες ακόμα και για πολύ υψηλές τιμές της μάζας. Αυτή η συμπεριφορά προκύπτει από την ισχυρή εξάρτηση της  $\lambda$  από την ακτίνα  $R$ . Ειδικότερα, σύμφωνα με το Σχήμα 2.3 η αύξηση του άνω ορίου για την ταχύτητα του ήχου επηρεάζει σημαντικά τη δομή για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας με δύο τρόπους. Πρώτον, έχουμε δραματική αύξηση του άνω ορίου της  $M_{max}$ . Δεύτερον, η ακτίνα του αστέρα νετρονίων αυξάνεται σημαντικά. Μια αύξηση της ακτίνας κατά 10% οδηγεί σε αντίστοιχη αύξηση της  $\lambda$  κατά 60%.

Στο Σχήμα 2.7 επίσης, φαίνεται η ικανότητα μέτρησης της  $\lambda$  από το *Advanced LIGO* και το τηλεσκόπιο *Einstein*. Η περιοχή πιθανών παρατηρήσεων του *Advanced LIGO* υποδεικνύεται με την ασκιαγράφητη περιοχή. Το τηλεσκόπιο *Einstein* έχει μεγαλύτερη ικανότητα και θα μπορέσει να κάνει παρατηρήσεις τόσο στην ασκιαγράφητη όσο και στην ελαφρώς σκιαγραφημένη περιοχή του Σχήματος [39]. Είναι εμφανές πως το *Advanced LIGO* είναι ικανό να μετρήσει τη  $\lambda$  και να εισάγει περιορισμούς στη ΚΕ μόνο για μικρές τιμές μαζών αστέρων νετρονίων. Όπως αναφέρεται και στην [39], το τηλεσκόπιο *Einstein* αυξάνει σημαντικά τη περιοχή ευαισθησίας και προσφέρει την ευκαιρία να πάρουμε πιο αυστηρούς περιορισμούς για τη ΚΕ τόσο σε χαμηλές όσο και σε υψηλές τιμές πυκνότητας.

Να σημειωθεί ότι το τηλεσκόπιο *Einstein* θα είναι ικανό να μετρήσει τη  $\lambda$  ακόμα και για αστέρες νετρονίων με μάζες μέχρι και  $2.5M_{\odot}$ . Κατά συνέπεια θα περιορίσει και τη *stiffness* της ΚΕς. Για να είμαστε πιο ακριβείς, από αυτές τις παρατηρήσεις μπορεί κανείς να υποβάλει σε δοκιμασία το άνω όριο  $v_s = c/\sqrt{3}$ . Οι ταυτόχρονες μετρήσεις των  $M$  και  $\lambda$  θα βοηθήσουν σίγουρα ώστε να ξεκαθαριστούν τα όρια της *stiffness* της ΚΕς. Αυτά τα χαρακτηριστικά φαίνονται στους υπολογισμούς μας. Για παράδειγμα, το μοντέλο για τη περίπτωση όπου έχουμε τη δομή με ΚΕ/κανονική προβλέπει τιμές της  $\lambda$  που βρίσκονται έξω από τη περιοχή ανίχνευσης του τηλεσκοπίου *Einstein* (βλέπε επίσης [39–41]). Από τη άλλη, οι υπολογισμοί με ΚΕ/*minstiff* οδηγούν σε τιμές της  $\lambda$  που είναι κοντά στη περιοχή ευαισθησίας (*sensitivity region*). Για τα αποτελέσματα των περιπτώσεων με ΚΕ/*maxstiff* έχουμε μια πιο καθαρή αποτύπωση. Πιο ειδικά, για ενδιάμεσες μάζες αστέρων νετρονίων ( $1-2M_{\odot}$ ) με μεγάλες τιμές της  $\lambda$ , το άνω όριο  $v_s = c/\sqrt{3}$  φαίνεται να παραβιάζεται. Με βάση όλη τη παραπάνω ανάλυση υποθέτουμε ότι θα είναι δυνατό να εξεταστεί καλύτερα η έκταση της *stiffness* της ΚΕ των αστέρων νετρονίων καθώς και οι σχετικοί περιορισμοί του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου με τη χρήση



Σχήμα 2.8: Η  $\tilde{\lambda}$  ως συνάρτηση της  $\mathcal{M}$  για διάφορες τιμές του συμμετρικού λόγου  $h$ . Συγκρίνονται οι τρεις περιπτώσεις (KE/κανονική, KE/*minstiff*, KE/*maxstiff*) που αντιστοιχούν στη KE από το μοντέλο *MDI* ( $L = 95$  MeV).

ανιχνευτών τρίτης γενιάς.

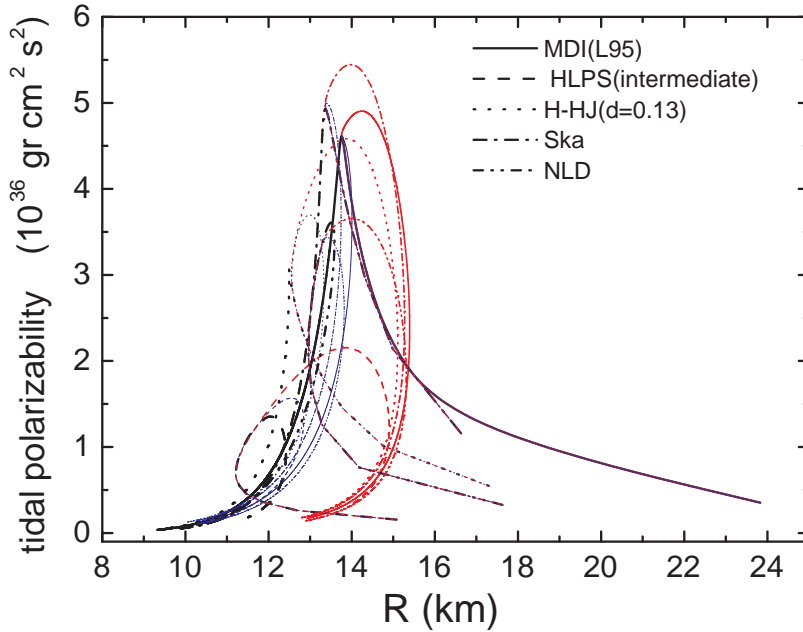
Στρέφουμε τώρα τη προσοχή μας στη σταθμισμένη παλιρροϊκή πολωσιμότητα  $\tilde{\lambda}$  που εκφράζεται ως συνάρτηση της  $\mathcal{M}$  με μεταβαλλόμενο το συμμετρικό λόγο  $h$ , όπως απεικονίζεται και στο Σχήμα 2.8. Θεωρώντας ένα διπλό σύστημα αστερών νετρονίων με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , μπορούμε εύκολα να δείξουμε ότι

$$m_1 = \frac{\mathcal{M}}{2h^{3/5}} (1 + \sqrt{1 - 4h}), \quad m_2 = \frac{\mathcal{M}}{2h^{3/5}} (1 - \sqrt{1 - 4h}). \quad (2.6)$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις η  $\tilde{\lambda}$  γράφεται

$$\tilde{\lambda} = \frac{1}{26} \left[ \left( 1 + 12 \frac{1 - \sqrt{1 - 4h}}{1 + \sqrt{1 + 4h}} \right) \tilde{\lambda}_1(\mathcal{M}, h) + \left( 1 + 12 \frac{1 + \sqrt{1 - 4h}}{1 - \sqrt{1 + 4h}} \right) \tilde{\lambda}_2(\mathcal{M}, h) \right]. \quad (2.7)$$

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.8, θεωρούμε τις τρεις περιπτώσεις (KE/κανονική, KE/*minstiff*, KE/*maxstiff*) όπου για την ενδιάμεση περιοχή πυκνοτήτων χρησιμοποιούμε το μοντέλο *MDI* με παράμετρο κλίσης  $L = 95$  MeV. Οι τρεις τιμές του λόγου συμμετρικής μάζας  $h$  (0.25, 0.242, 0.222) αντιστοιχούν στο λόγο



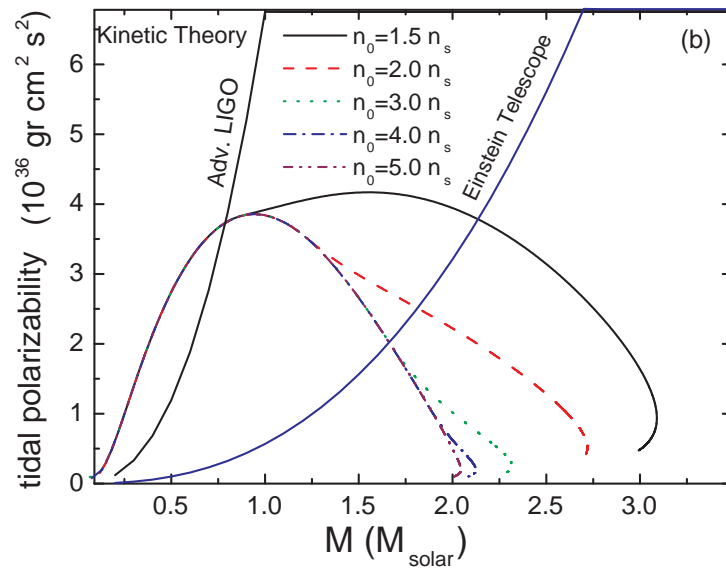
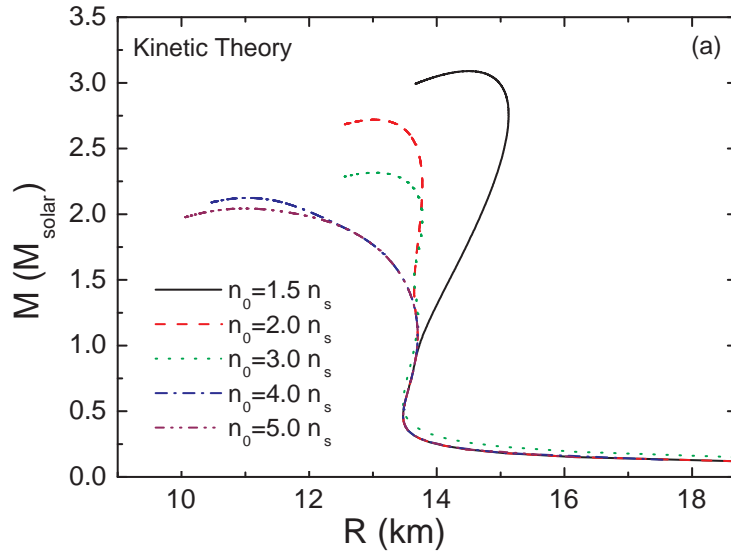
Σχήμα 2.9: Η  $\tilde{\lambda}$  ως συνάρτηση της ακτίνας για πέντε επιλεγόμενες ΚΕ σε σύγκριση με τα αποτελέσματα των διαμορφώσεων μέγιστης μάζας.

μαζών  $m_2/m_1$  (1.0, 0.7, 0.5) (για περισσότερα βλέπε [39]). Η αβεβαιότητα  $\Delta\tilde{\lambda}$  στη μέτρηση της  $\tilde{\lambda}$  του *Advanced LIGO* και του τηλεσκοπίου *Einstein* απεικονίζεται στο Σχήμα 2.8 (για λεπτομέρειες δείτε και το Σχήμα 2.7). Συμπεραίνουμε ότι το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου και κατά συνέπεια η δομή που επιλέγουμε για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας έχουν υπολογίσιμες επιδράσεις στην εξάρτηση των  $M$  και  $\tilde{\lambda}$ . Αυτή η επίδραση εκδηλώνεται περισσότερο για  $M > 0.5M_\odot$ . Πιο συγκεκριμένα, για μεγάλες τιμές της  $M$ , το τηλεσκόπιο *Einstein* έχει την ευαισθησία να διακρίνει αυτή την εξάρτηση. Αξίζει να σημειωθεί ότι παρατηρούμε και μια εξάρτηση από το λόγο  $h$  στη κάθε περίπτωση. Αυτή η εξάρτηση γίνεται πιο έντονη για τη περίπτωση με  $KE/maxstiff$  και για  $h = 0.222$ , όταν η ασυμμετρία των δύο μαζών είναι πολύ μεγάλη.

Ασχολούμαστε κυρίως με τη δημιουργία διαμορφώσεων μέγιστης μάζας και τη πιθανότητα παρατηρήσεων τους. Όμως, έχει ενδιαφέρον η μελέτη των αντίστοιχων επιδράσεών τους πάνω στην ακτίνα (βλέπε Σχήμα 2.3). Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 2.9. Όπως βλέπουμε, η ισχυρή εξάρτηση της  $\tilde{\lambda}$  από την  $R$  είναι κοινή για όλα τα χρησιμοποιούμενα μοντέλα. Αυτές οι σύνθετες εξαρτήσεις προκύπτουν από την (1.2) και, ειδικότερα, από τις διαφορετικές

διαμορφώσεις αστέρων νετρονίων που σχετίζονται με το εκάστοτε μοντέλο. Για αυτό το λόγο, μια ακριβής παρατήρηση της  $R$  ή της  $\lambda$  ενός αστέρα νετρονίων θα συνεισφέρει στο καθορισμό της *stiffness* της ΚΕΣ.

Η σχηματική προσέγγιση για την ύλη των αστέρων νετρονίων, που προτάθηκε από τον *Olson* [34], μπορεί να χαρακτηριστεί απλή αλλά οι βασισμένοι στη κινητική θεωρία περιορισμοί παρέχουν ένα χρήσιμο *οδηγό* για το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου. Στη πραγματικότητα, υπάρχουν πολλές υποθέσεις που αφορούν το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου στην αδρονική ύλη αλλά, από όσα γνωρίζουμε, τα όρια από τη σχετικιστική κινητική θεωρία είναι τα μόνο που πηγάζουν από μια αυτόνομη αντιμετώπιση της αδρονικής ύλης. Έτσι, θεωρούμε ότι έχει ενδιαφέρον να παρουσιάσουμε αποτελέσματα όπου έχουμε χρησιμοποιήσει περιορισμούς στη ΚΕ από τη σχετικιστική κινητική θεωρία και να τα συγκρίνουμε τόσο με τα άνω όρια που προτείνονται από άλλες προσεγγίσεις όσο και με μελλοντικές παρατηρήσεις. Στο Σχήμα 2.10(a) απεικονίζουμε τη σχέση μάζας-ακτίνας όταν αξιοποιούμε τους περιορισμούς από τη σχετικιστική κινητική θεωρία. Μεταβάλλουμε την τιμή της κρίσιμης πυκνότητας  $n_0$  (έχοντας επιλέξει πέντε χαρακτηριστικές για το σκοπό αυτό). Η χρήση των άνω ορίων για την ταχύτητα του ήχου, που προτείνονται από τη κινητική θεωρία, οδηγεί σε τιμές της  $M_{max}$  που εξηγούν τις πρόσφατες παρατηρήσεις, ακόμα και για μεγάλες τιμές της κρίσιμης πυκνότητας  $n_0$ . Η αύξηση της  $M_{max}$  όπως και αυτή της παραμέτρου  $\beta$  οδηγεί, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, σε σημαντική αύξηση των τιμών της  $\lambda$  [βλέπε Σχήμα 2.10(b)]. Αυτή η επίδραση γίνεται πιο φανερή για μεγάλες τιμές πυκνότητας και, πιο συγκεκριμένα, οι τιμές της  $\lambda$  βρίσκονται εντός της περιοχής ευαισθησίας του τηλεσκοπίου *Einstein*.



Σχήμα 2.10: (a) Το διάγραμμα μάζας-ακτίνας που αντιστοιχεί στους περιορισμούς για τη σχετικιστική κινητική θεωρία στη  $v_s$  και για διάφορες τιμές της  $n_0$ , (b) Η εξάρτηση  $M$ - $\hat{\lambda}$  από τη κινητική θεωρία σε σύγκριση με τις ικανότητες παρατήρησης. Απεικονίζονται, επίσης, τόσο η αβεβαιότητα  $\Delta \hat{\lambda}$  στη μέτρηση του  $\hat{\lambda}$  από το *Advanced LIGO* όσο και η αντίστοιχη του τηλεσκοπίου *Einstein*.

## Κεφάλαιο 3

# ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΣΤΗΝ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑ ΚΕPLER

Σαν επέκταση του προηγούμενου κεφαλαίου η δουλειά που θα παρουσιαστεί παρακάτω, αν και χρονολογικά έγινε τελευταία [124], σχετίζεται με τον εμπλουτισμό της πληροφορίας που παρέχουν οι τάχιστα περιστρεφόμενοι αστέρες νετρονίων έναντι των στατικών γύρω από τη συμπεριφορά της πυρηνικής ύλης σε μεγάλες τιμές πυκνότητας.

Πιο συγκεκριμένα, μελετάμε τα τρία όρια που αναφέρθηκαν και στο προηγούμενο κεφάλαιο όσον αφορά την ταχύτητα του ήχου δηλαδή τα  $v_s = c$  και  $v_s = c/\sqrt{3}$  καθώς και αυτό που παρέχεται από την σχετικιστική κινητική θεωρία. Διερευνώντας έτσι τα πιθανά προβλεπόμενα άνω όρια για την ταχύτητα του ήχου μέχρι ποιο σημείο μπορούν να περιορίσουν βασικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων, όπως τη μέγιστη μάζα και την αντίστοιχη ακτίνα, τη γωνιακή ταχύτητα, την παράμετρο *Kerr* και τη ροπή αδράνειας. Δίνουμε ιδιαίτερη σημασία στο χαμηλότερο προτεινόμενο άνω όριο  $v_s = c/\sqrt{3}$  και επιπρόσθετα εξερευνούμε σε ποια περιοχή μαζών ένας περιστρεφόμενος αστέρας νετρονίων καταρρέει σε μελανή οπή. Για την κάθε περίπτωση δίνεται η δυνατότητα να κατασκευαστούν σχέσεις ανάμεσα στα προαναφερθέντα φυσικά μεγέθη και την πυκνότητα μετάβασης αλλά και να γίνει σύγκριση με τις αντίστοιχες μη περιστρεφόμενες περιπτώσεις.

### 3.1 Όρια της ταχύτητας του ήχου και καταστατική εξίσωση για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας σε περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων

Κατασκευάζουμε τη ΚΕ για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας (θεωρώντας ότι, με πολύ καλή ακρίβεια, αναπαράγεται από τις παρακάτω δομές η μέγιστη

απαιτούμενη συχνότητα περιστροφής ή ταχύτητα *Kepler* [57, 58]) με βάση τις ακόλουθες δύο δομές:

(α) *Μέγιστη γωνιακή ταχύτητα για γνωστές ΚΕς χαμηλών πυκνοτήτων.*

(β) *Μέγιστη γωνιακή ταχύτητα από τη σχετικιστική κινητική θεωρία.*

Στην (α), η ΚΕ δίνεται μέσω της πρότασης [43]

$$P(\mathcal{E}) = \begin{cases} P_{crust}(\mathcal{E}), & \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_{c-edge} \\ P_{NM}(\mathcal{E}), & \mathcal{E}_{c-edge} \leq \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_{tr} \\ \left(\frac{v_s}{c}\right)^2 (\mathcal{E} - \mathcal{E}_{tr}) + P_{NM}(\mathcal{E}_{tr}), & \mathcal{E}_{tr} \leq \mathcal{E}. \end{cases} \quad (3.1)$$

όπου  $P$  και  $\mathcal{E}$  είναι η πίεση και η πυκνότητα ενέργειας αντίστοιχα ενώ η  $\mathcal{E}_{tr}$  είναι η ενεργειακή πυκνότητα μετάβασης (η κρίσιμη πυκνότητα ενέργειας που είχαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο). Στην (β), η μέγιστη *stiff* (*maxstiff*) ΚΕ θυμίζουμε ότι ικανοποιεί την ακόλουθη έκφραση,

$$\left(\frac{v_s}{c}\right)^2 = \frac{\mathcal{E} - P/3}{P + \mathcal{E}}, \quad (3.2)$$

και η ΚΕ αντίστοιχα από την παρακάτω δομή [34, 43]

$$P(n) = \begin{cases} P_{crust}(n), & n \leq n_{c-edge} \\ P_{NM}(n), & n_{c-edge} \leq n \leq n_{tr} \\ C_1 n^{a_1}(a_1 - 1) + C_2 n^{a_2}(a_2 - 1), & n_{tr} \leq n \end{cases} \quad (3.3)$$

με

$$a_1 = (1 + \sqrt{13})/3, \quad a_2 = (1 - \sqrt{13})/3, \quad (3.4)$$

$$C_1 = \left(\frac{(2 + \sqrt{13})\mathcal{E}(n_{tr}) + 3P(n_{tr})}{2\sqrt{13}}\right) n_{tr}^{-a_1}, \quad (3.5)$$

$$C_2 = -\left(\frac{(2 - \sqrt{13})\mathcal{E}(n_{tr}) + 3P(n_{tr})}{2\sqrt{13}}\right) n_{tr}^{-a_2}. \quad (3.6)$$

όπου  $n$  είναι η βαρυονική πυκνότητα και  $n_{tr}$  η αντίστοιχη πυκνότητα μετάβασης (ή κρίσιμη όπως πριν). Στη δεύτερη περίπτωση (β), η ταχύτητα του ήχου αυτοπεριορίζεται εκ κατασκευής ανάμεσα στην περιοχή

$$\frac{1}{3} \leq \left(\frac{v_s}{c}\right)^2 \leq 1. \quad (3.7)$$

Ουσιαστικά η παραπάνω ανισότητα υποδεικνύει το εύρος γύρω από το οποίο κινείται η μελέτη μας για την ταχύτητα του ήχου.



Όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο έτσι και εδώ, βάσει των εξισώσεων (3.1) και (3.3), η ΚΕ χωρίζεται σε τρεις περιοχές. Στην περιοχή  $\mathcal{E} \leq \mathcal{E}_{c-edge}$ , χρησιμοποιήσαμε τις εξισώσεις από τους *Feynman et al.* [120] αλλά και αυτές των *Baym et al.* [121] για το φλοιό και τις χαμηλές πυκνότητες του αστέρα νετρονίων. Στην ενδιάμεση περιοχή,  $\mathcal{E}_{c-edge} \leq \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_{tr}$ , αξιοποιήσαμε μια συγκεκριμένη ΚΕ που βασίζεται στο μοντέλο *MDI* και σε δεδομένα από τους *Akmal et al.* [66], ενώ για την περιοχή  $\mathcal{E}_{tr} \geq \mathcal{E}$ , η ΚΕ είναι μέγιστα *stiff*, με την ταχύτητα του ήχου  $\sqrt{(\partial P/\partial \mathcal{E})_S}$  καθορισμένη σε δύο τιμές,  $c/\sqrt{3}$  και  $c$  (εκτός από την περίπτωση της σχετικιστικής κινητικής θεωρίας όπως αναφέραμε). Αν και οι πυκνότητες ενέργειας κάτω από την  $\mathcal{E}_{c-edge}$  έχουν αμελητέα επίδραση για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας, συμπεριλήφθηκαν στους υπολογισμούς για λόγους πληρότητας. Οι περιπτώσεις που μελετήσαμε ήταν αυτές που η πυκνότητα μετάβασης είναι  $n_{tr} = p_n n_s$ , όπου  $n_s$  είναι η πυκνότητα κορεσμού της συμμετρικής πυρηνικής ύλης ( $n_s = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ ) με το  $p_n$  να παίρνει τις τιμές 1.5, 2, 3, 4, 5.

Στην ειδική περίπτωση που  $n_{tr} = 1.5n_s$ , όταν η ταχύτητα του ήχου είναι ίση με  $c$ , έχουμε το σενάριο της μέγιστα *stiff* ΚΕ, ενώ όταν  $v_s = c/\sqrt{3}$  έχουμε την ελάχιστη *stiff* ΚΕ. Όμως, από τη στιγμή που η πυκνότητα μετάβασης  $n_{tr}$  και το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου δεν είναι καθορισμένα από τη θεωρία μας, η ΚΕ παραμένει άγνωστη.

Στην προσέγγιση (α), η συνέχεια της ΚΕ είναι εκ κατασκευής εξασφαλισμένη σε αντίθεση με μια παρόμοια προσέγγιση που χρησιμοποιήθηκε στην [125], όπου μια έντονη μετάβαση φάσης εμφανίζεται στα σημεία που γίνεται η αλλαγή. Λόγω του τεχνητού χαρακτήρα της η προσέγγιση (α) δεν εξασφαλίζει τη συνέχεια της ταχύτητας του ήχου (δηλαδή της πρώτης παραγώγου) στην πυκνότητα μετάβασης. Για αυτό, επικεντρωθήκαμε στον τρόπο με τον οποίο θα εξαλείψουμε αυτή την ασυνέχεια επιβάλλοντας μια ομαλή μετάβαση φάσης. Πιο συγκεκριμένα, αποφύγαμε τις ασυνέχειες στην ταχύτητα του ήχου στα σημεία μετάβασης εφαρμόζοντας μια μέθοδο που έχει ήδη παρουσιαστεί στην [126]. Προχωρήσαμε στη σύνδεση των καταστατικών εξισώσεων στην πυκνότητα μετάβασης θεωρώντας ότι, πάνω από αυτή την τιμή, η ταχύτητα του ήχου παραμετροποιείται με τον ακόλουθο τρόπο (για λεπτομέρειες [126]):

$$\frac{v_s}{c} = \left( a - c_1 \exp \left[ -\frac{(n - c_2)^2}{w^2} \right] \right)^{1/2}, \quad a = 1, 1/3 \quad (3.8)$$

όπου οι παράμετροι  $c_1$ ,  $c_2$ , που δίνονται στον Πίνακα 3.1, και η  $w = 0.001 \text{ fm}^{-3}$  είναι προσαρμοσμένες για την ταχύτητα του ήχου και την πρώτη της παράγωγο στο σημείο  $n_{tr}$ , καθώς και με βάση τις απαιτήσεις  $v_s(n_{tr}) = [c, c/\sqrt{3}]$ . Χρησιμοποιώντας την (3.8), η ΚΕ για  $n \geq n_{tr}$  μπορεί να κατασκευαστεί με τη βοήθεια της ακόλουθης επαναληπτικής διαδικασίας [126]:

$$\mathcal{E}_{i+1} = \mathcal{E}_i + \Delta \mathcal{E}, \quad P_{i+1} = P_i + \left( \frac{v_s}{c}(n_i) \right)^2 \Delta \mathcal{E}, \quad (3.9)$$

Πίνακας 3.1: Παράμετροι της εξίσωσης (3.8) για διάφορες τιμές πυκνοτήτων μετάβασης και διαφορετικά άνω όρια της ταχύτητας του ήχου.

$\mathbf{v_s}$	$\mathbf{c_1}$	$\mathbf{c_2}$	$\mathbf{n_{tr}}$
$c$	0.880	0.240	$1.5n_s$
$c/\sqrt{3}$	0.214	0.240	
$c$	0.814	0.320	$2n_s$
$c/\sqrt{3}$	0.147	0.320	
$c$	0.676	0.480	$3n_s$
$c/\sqrt{3}$	0.009	0.480	
$c$	0.357	0.640	$4n_s$
$c/\sqrt{3}$	-	-	
$c$	0.254	0.801	$5n_s$
$c/\sqrt{3}$	-	-	

$$\Delta\mathcal{E} = \Delta n \left( \frac{\mathcal{E}_i + P_i}{n_i} \right), \quad (3.10)$$

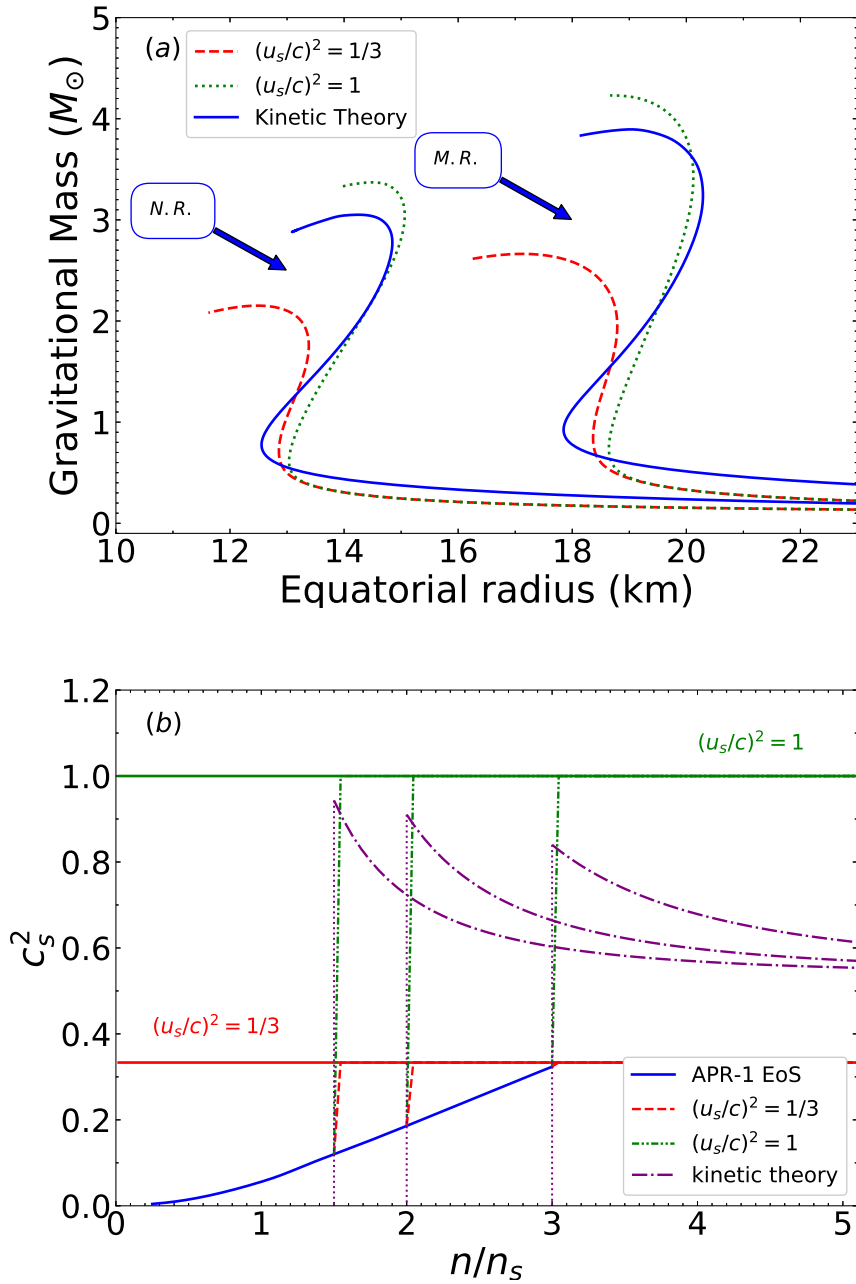
$$\Delta n = n_{i+1} - n_i. \quad (3.11)$$

Επιπρόσθετα, στην προσέγγιση (α), μελετήσαμε τόσο την μέθοδο κατά την οποία οι ασυνέχειες εμφανίζονται στην ΚΕ όσο και την αντίστοιχη που βασίζεται στις (3.8)-(3.11).

Στην προσέγγιση (β), ενώ η συνέχεια στην ΚΕ είναι εξασφαλισμένη εξ ορισμού (σχετικιστική κινητική θεωρία), η ταχύτητα του ήχου εμφανίζει μια αναπόφευκτη ασυνέχεια στην πυκνότητα μετάβασης. Πιο συγκεκριμένα, μια απότομη μετάβαση φάσης στην ταχύτητα του ήχου κάνει την εμφάνισή της στην περίπτωση της μέγιστα *stiff* καταστατικής εξίσωσης. Αν εφαρμόσουμε μια παρόμοια προσέγγιση όπως στην (β) θα διορθώσουμε το πρόβλημα αλλά τα αποτελέσματα πάνω στις ιδιότητες που μελετάμε θα είναι αμελητέα. Για αυτό το λόγο, στην περίπτωση (β), η ασυνέχεια στην ταχύτητα του ήχου υπάρχει χωρίς κάποια προσέγγιση.

Στο Σχήμα 3.1(α) παρουσιάζουμε τη βαρυτική μάζα σα συνάρτηση της αντίστοιχης ισημερινής ακτίνας για την ΚΕ  $APR - 1$  με διάφορες τιμές του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου και την πυκνότητα μετάβασης με τιμή  $1.5n_s$  τόσο για τις μη περιστρεφόμενες περιπτώσεις όσο και για τις τάχιστα περιστρεφόμενες.

Στο Σχήμα 3.1(β), σχεδιάσαμε την ταχύτητα του ήχου (το τετράγωνο αυτής  $c_s^2$ ) συναρτήσει της πυκνότητας για τρεις περιπτώσεις της πυκνότητας μετάβασης ( $n_{tr}/n_s = 1.5, 2, 3$ ) και για τις τρεις περιπτώσεις των άνω ορίων της ταχύτητας του ήχου που μελετάμε. Είναι εμφανές πως η ασυνέχεια στην ταχύτητα του ήχου στις περιπτώσεις που έχει το άνω όριο τις τιμές  $c$  και  $c/\sqrt{3}$



Σχήμα 3.1: (a) Διάγραμμα μάζας-ακτίνας για διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου και για πυκνότητα μετάβασης ίση με  $1.5n_s$ . Στο Σχήμα παρουσιάζονται τόσο οι μη περιστρεφόμενες (N.R.) όσο και οι τάχιστα περιστρεφόμενες (M.R.) περιπτώσεις. (b) Η εξάρτηση της ταχύτητας του ήχου από την πυκνότητα για τις τρεις περιπτώσεις πυκνότητας μετάβασης ( $n_{tr}/n_s = 1.5, 2, 3$ ) και για τα διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου.

διορθώνεται με τη βοήθεια της (3.8). Η αντίστοιχη ασυνέχεια στην περίπτωση της κινητικής θεωρίας είναι, επίσης, εμφανής. Σε αυτή την περίπτωση στους υπολογισμούς μας δεν έχει συμπεριληφθεί κάποια προσέγγιση.

## 3.2 Περιορισμοί στις μακροσκοπικές ιδιότητες και παρουσίαση των αποτελεσμάτων

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των υπολογισμών που έγιναν με βάση τον παραπάνω τρόπο. Πιο συγκεκριμένα, θα δούμε την επίδραση στις διάφορες μακροσκοπικές ιδιότητες ενός αστέρα νετρονίων, όπως η μάζα του, η ακτίνα, η ροπή αδράνειας και άλλες. Θα παρουσιάσουμε, επίσης, σχέσεις ανάμεσα στα διάφορα μεγέθη και την πυκνότητα μετάβασης, σχολιάζοντας έτσι τη σχέση που εμφανίζουν μεταξύ τους.

### 3.2.1 Βαρυτική μάζα και ακτίνα

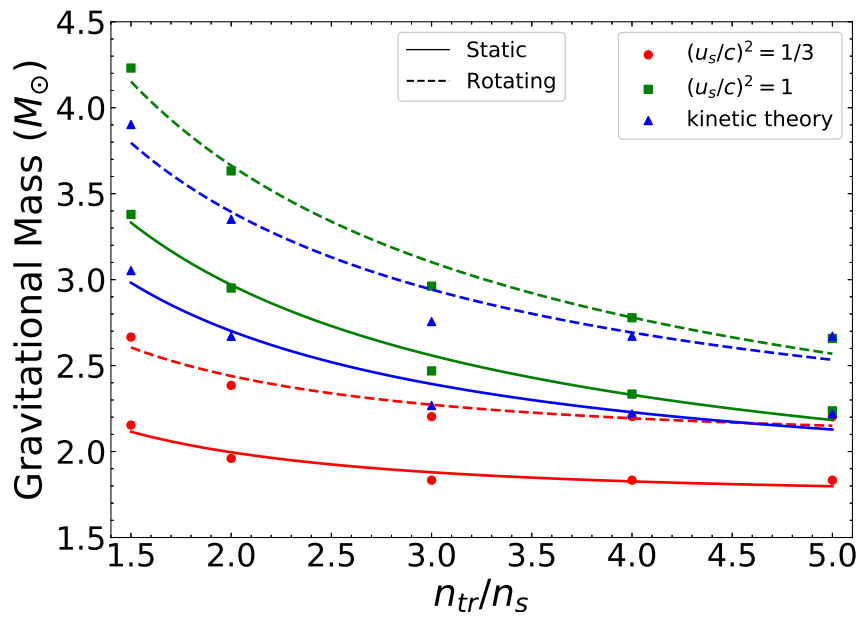
Η βαρυτική μάζα και η αντίστοιχη ακτίνα (ισημερινή και πολική) ενός αστέρα νετρονίων μπορεί να πάρει διαφορετικές τιμές ανάλογα με την υπόθεση που γίνεται κάθε φορά για την ταχύτητα του ήχου και την πυκνότητα μετάβασης. Εξετάζοντας την εξάρτηση της βαρυτικής μάζας από την αντίστοιχη ακτίνα για τα τρία άνω όρια αλλά και για διαφορετικές τιμές της πυκνότητας μετάβασης που φτάνουν μέχρι  $5n_s$ . Για την περίπτωση της βαρυτικής μάζας, όπως υποδεικνύει το Σχήμα 3.2, τόσο στην περίπτωση *N.R.* όσο και στην *M.R.*, παρατηρείται μια ελάττωση της μάζας κατά την φορά αύξησης της πυκνότητας μετάβασης ώσπου να φτάσει σε μια σταθερή τιμή. Η εξάρτηση αυτή μπορεί να περιγραφεί από την παρακάτω σχέση με ακρίβεια

$$\frac{M_{max}}{M_{\odot}} = a_1 \coth \left[ a_2 \left( \frac{n_{tr}}{n_s} \right)^{1/2} \right], \quad (3.12)$$

όπου τα  $a_1$  και  $a_2$  δίνονται στον Πίνακα 3.2. Για λόγους πληρότητας, μελετήσαμε επίσης την προσέγγιση στην [21] για τη μη περιστρεφόμενη περίπτωση. Για την ακρίβεια, αυτή ήταν μελέτη του *Hartle* [16] όπου απέδειξε τον ακόλουθο αναλυτικό τύπο. Η εγκυρότητά του περιορίζεται στην περιοχή  $[1.5n_s, 3n_s]$  και έχει τη μορφή

$$\frac{M_{max}}{M_{\odot}} = k \sqrt{\frac{1}{n_{tr}/n_s}} \approx \frac{a_1}{a_2} \sqrt{\frac{1}{n_{tr}/n_s}}, \quad (3.13)$$

όπου ο παράγοντας  $k$  παίρνει τις τιμές 3.319, 5.165 και 4.765 για τα άνω όρια  $c/\sqrt{3}$ ,  $c$  και αυτό της σχετικιστικής κινητικής θεωρίας αντίστοιχα. Να αναφερθεί εδώ ότι η (3.12) για μικρές τιμές της πυκνότητας οδηγεί στην (3.13) αφού ο παράγοντας  $k$  είναι προσεγγιστικά ισοδύναμος με τον λόγο  $a_1/a_2$ .



Σχήμα 3.2: Εξάρτηση της βαρυτικής μάζας από την πυκνότητα μετάβασης για διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου. Τα δεδομένα με τους κύκλους αντιστοιχούν στο όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$ , τα τετράγωνα στο  $v_s/c = 1$  και τα τρίγωνα στις σχετικιστικής κινητικής θεωρίας ενώ για τις προσαρμοσμένες σε αυτά καμπύλες αναπαριστούμε ως συμπαγείς αυτές που αντιστοιχούν στην περίπτωση *N.R.* ενώ με διακεκομμένες αυτές της περίπτωσης *M.R.*.

Πίνακας 3.2: Οι παράγοντες των εξισώσεων (3.12), (3.14), (3.16) και (3.18) για τα τρία άνω όρια της ταχύτητας του ήχου. Οι συντομογραφίες *N.R.* και *M.R.* αντιστοιχούν στις γνωστές δύο περιπτώσεις όπου πραγματοποιήσαμε τους αντίστοιχους υπολογισμούς για την εύρεση των παραγόντων.

$v_s$	<b>N.R.</b>	<b>M.R.</b>	
$c$	1.665	1.689	$a_1$
$c/\sqrt{3}$	1.751	2.069	
Κινητική θεωρία	1.844	1.999	
$c$	0.448	0.352	$a_2$
$c/\sqrt{3}$	0.964	0.883	
Κινητική θεωρία	0.590	0.478	
$c$	10.280	13.352	$a_3$
$c/\sqrt{3}$	11.024	15.110	
Κινητική θεωρία	10.629	13.802	
$c$	0.639	0.645	$a_4$
$c/\sqrt{3}$	1.021	1.009	
Κινητική θεωρία	0.704	0.676	
$c$	-	3.259	$a_5$
$c/\sqrt{3}$	-	3.040	
Κινητική θεωρία	-	3.533	
$c$	-	0.133	$a_6$
$c/\sqrt{3}$	-	0.362	
Κινητική θεωρία	-	0.167	
$c$	-	0.683	$a_7$
$c/\sqrt{3}$	-	0.645	
Κινητική θεωρία	-	0.683	
$c$	-	1.053	$a_8$
$c/\sqrt{3}$	-	1.348	
Κινητική θεωρία	-	1.101	

Στα Σχήματα 3.3 προβάλλουμε την ισημερινή (*equatorial*) και την πολική (*polar*) ακτίνα σαν συνάρτηση της πυκνότητας μετάβασης. Ενώ έχουμε παρόμοια συμπεριφορά με τη μάζα και σε αυτή την περίπτωση, στο άνω όριο  $c/\sqrt{3}$  υπάρχει διαφοροποίηση. Πιο συγκεκριμένα, μετά από την τιμή  $3n_s$  η περίπτωση της  $c/\sqrt{3}$  οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές ακτίνας σε σχέση με τα άλλα δύο άνω όρια. Η εξάρτηση της ισημερινής ακτίνας από την πυκνότητα μετάβασης μπορεί να περιγραφεί από την παρακάτω σχέση

$$\frac{R_{max}}{\text{km}} = a_3 \coth \left[ a_4 \left( \frac{n_{tr}}{n_s} \right)^{0.8} \right], \quad (3.14)$$

όπου τα  $a_3$  και  $a_4$  δίνονται στον Πίνακα 3.2. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά για το άνω όριο  $c/\sqrt{3}$  μπορεί να σχετίζεται με το γεγονός ότι το συγκεκριμένο όριο οδηγεί σε μοντέλα αστέρων νετρονίων με μεγαλύτερη παραμόρφωση.

### 3.2.2 Γωνιακή ταχύτητα *Kepler*

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων μας για τη συσχέτιση της γωνιακής ταχύτητας *Kepler* με την πυκνότητα μετάβασης δίνεται στο Σχήμα 3.4. Η γωνιακή ταχύτητα για την περίπτωση υπολογισμού μέγιστης μάζας στην κατάσταση μέγιστης περιστροφής είναι μια αύξουσα συνάρτηση της πυκνότητας μετάβασης. Αυτό είναι έγκυρο μόνο για το άνω όριο  $c/\sqrt{3}$ . Στις υπόλοιπες περιπτώσεις φτάνει σε μια μέγιστη τιμή στην τιμή  $3n_s$  και έπειτα φθίνει με αυξανόμενη την πυκνότητα μετάβασης.

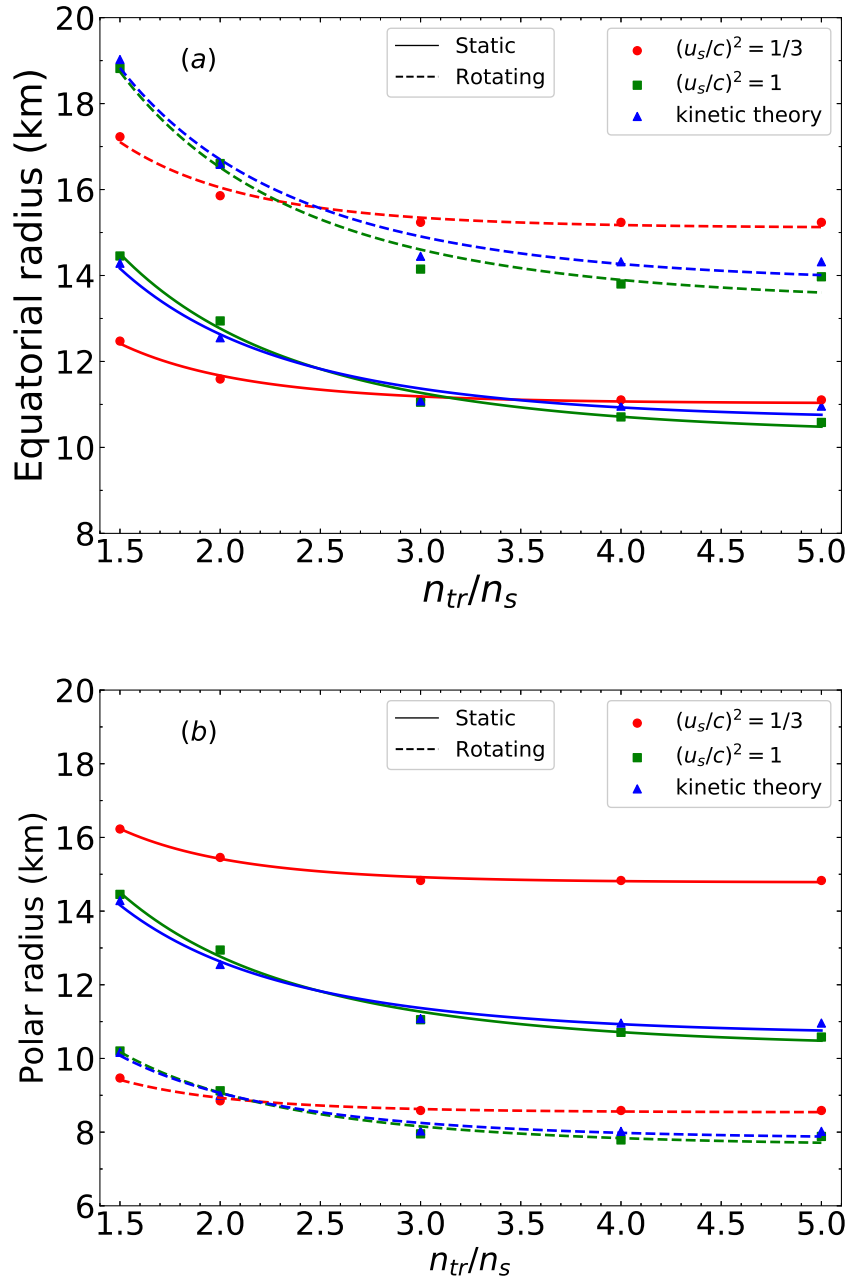
Από το Σχήμα 3.4 γίνεται ξεκάθαρο ότι η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα στην ακολουθία *Kepler* δεν αναπαριστάται από την μέγιστη *stiff* ΚΕ (που αντιστοιχεί σε  $n_{tr} = 1.5n_s$ ) αλλά με μια ΚΕ που η πυκνότητα μετάβασης είναι ίση με  $3n_s$ . Το αποτέλεσμα αυτό είναι πιθανότατα άμεση συνέπεια της σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στη γωνιακή ταχύτητα *Kepler* και τη μέγιστη δυνατή μάζα ενός αστέρα νετρονίων, καθώς και με την αντίστοιχη ακτίνα του.

### 3.2.3 Παράμετρος *Kerr*

Η παράμετρος *Kerr* έχει ιδιαίτερη σημασία για τους αστέρες νετρονίων και γενικότερα, για τους συμπαγείς αστέρες. Για την ακρίβεια, μπορεί να οδηγήσει σε πιθανούς περιορισμούς της συμπαγότητας (*compactness*) στους αστέρες νετρονίων και επιπρόσθετα, να αξιοποιηθεί ως κριτήριο για τον καθορισμό της τελικής κατάστασης κατά την κατάρρευση ενός συμπαγούς αστέρα [37, 127]. Η σχέση που περιγράφει την παράμετρο *Kerr* [37] είναι

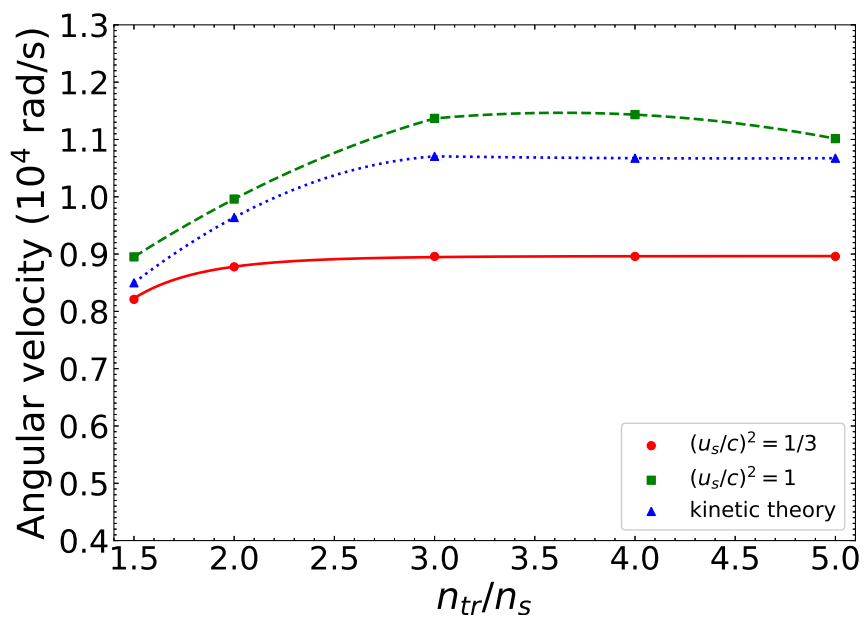
$$K = \frac{cJ}{GM^2}. \quad (3.15)$$

Η παράμετρος *Kerr*, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.5(a), ακολουθεί μια αντίστοιχη σχέση όπως αυτή μάζας και πυκνότητας ως φθίνουσα συνάρτηση



Σχήμα 3.3: Εξάρτηση της (a) ησημερινής και της (b) πολικής ακτίνας από την πυκνότητα μετάβασης για τις διάφορες περιπτώσεις άνω όριων της ταχύτητας του ήχου. Τα δεδομένα με τους κύκλους αντιστοιχούν στο όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$ , τα τετράγωνα στο  $v_s/c = 1$  και τα τρίγωνα στις σχετικιστικής κινητικής θεωρίας ενώ για τις προσαρμοσμένες σε αυτά καμπύλες αναπαριστούμε ως συμπαγείς αυτές που αντιστοιχούν στην περίπτωση *N.R.* ενώ με διακεκομμένες αυτές της περίπτωσης *M.R.*.





Σχήμα 3.4: Η εξάρτηση της γωνιακής ταχύτητας από την πυκνότητα μετάβασης για τα διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου. Τα δεδομένα με τους κύκλους αντιστοιχούν στο όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$ , τα τετράγωνα στο  $v_s/c = 1$  και τα τρίγωνα στις σχετικιστικής κινητικής θεωρίας ενώ παρουσιάζονται και οι αντίστοιχες προσαρμοσμένες καμπύλες σε αυτά.

της πυκνότητας μετάβασης. Η ακριβής περιγραφή της εξάρτησης της παραμέτρου από την πυκνότητα μετάβασης περιγράφεται από την παρακάτω σχέση

$$K_{max} = a_7 \coth \left[ a_8 \left( \frac{n_{tr}}{n_s} \right)^{1/2} \right], \quad (3.16)$$

όπου τα  $a_7$  και  $a_8$  παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2.

Από το Σχήμα 3.5(b), η εξάρτηση αυτής της παραμέτρου από την βαρυτική μάζα για την μέγιστη *stiff* ΚΕ σε κάθε περίπτωση μπορεί να μας οδηγήσει σε πιθανούς περιορισμούς της μέγιστης μάζας των αστέρων νετρονίων. Και τα δύο Σχήματα μπορούν να βοηθήσουν στον περιορισμό της ΚΕ περιορίζοντας την παράμετρο *Kerr* και την πιθανή μέγιστη τιμή της μάζας ενός αστέρα νετρονίων σχεδόν ταυτόχρονα.

### 3.2.4 Ροπή αδράνειας

Μια από τις πιο σημαντικές ιδιότητες κατά την ανάλυση παλμιτών είναι η ροπή αδράνειας, η οποία ποσοτικοποιεί το πόσο γρήγορα ένα αντικείμενο μπορεί να περιστρέφεται με μια δεδομένη γωνιακή ορμή [37, 128]. Δίνεται από τη σχέση

$$I = \frac{J}{\Omega}, \quad (3.17)$$

όπου  $J$  είναι η στροφορμή και  $\Omega$  η γωνιακή ταχύτητα του αστέρα νετρονίων.

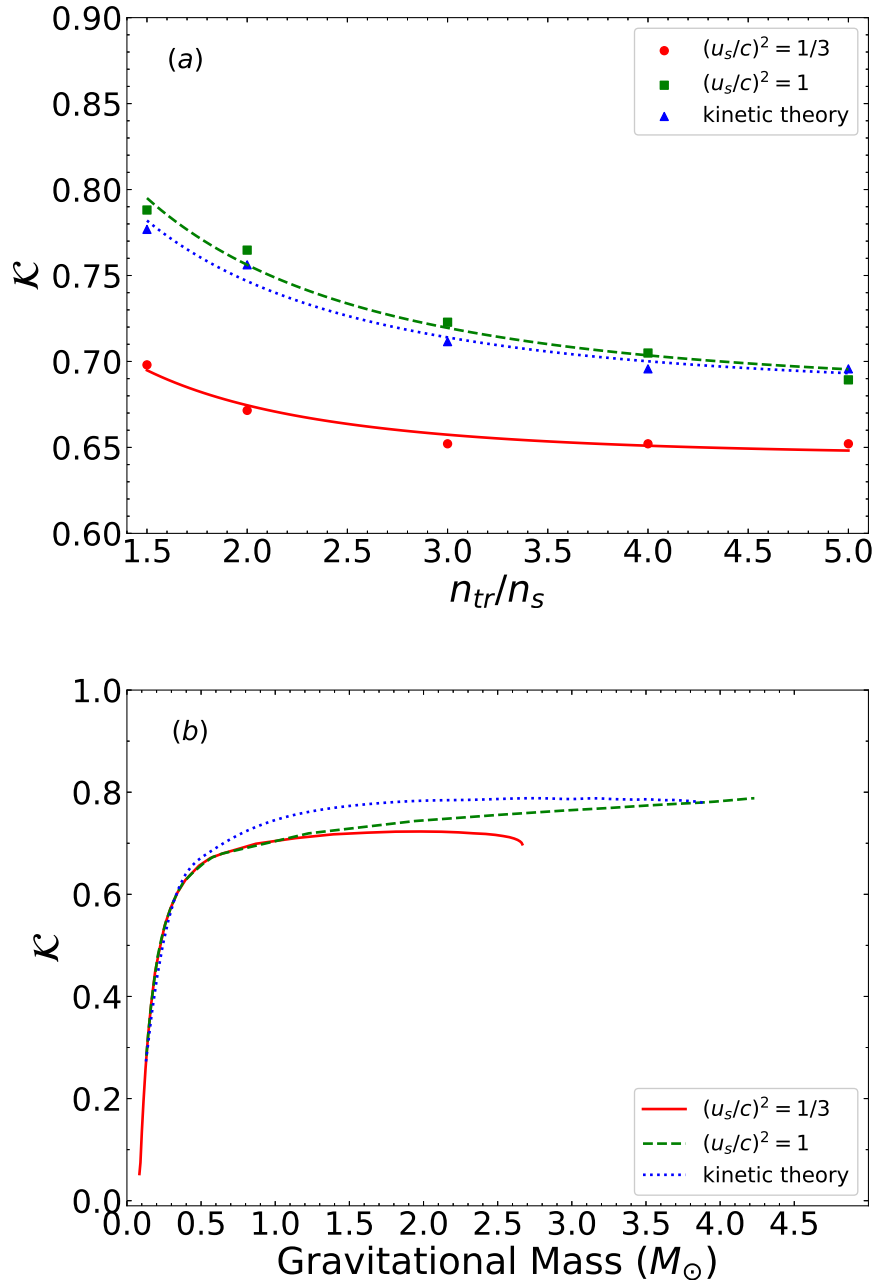
Στο Σχήμα 3.6, φαίνονται τα αποτελέσματα της μελέτης μας για τη σχέση ροπής αδράνειας και πυκνότητας μετάβασης για διάφορα άνω όρια. Και σε αυτή την περίπτωση, η ροπή αδράνειας ακολουθεί μια φθίνουσα διαδρομή κατά μήκος της πυκνότητας μετάβασης ώσπου να φτάσει σε μια σταθερή τιμή. Ιδιαίτερη σημασία έχει εμφάνιση αυτής της ιδιότητας (αν μπορεί να χαρακτηριστεί έτσι) για το άνω όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$ , που οδηγεί σε πολύ χαμηλότερες τιμές της ροπής αδράνειας σε σχέση με τα άλλα δύο. Η εξάρτηση της ροπής αδράνειας από την πυκνότητα μετάβασης μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση

$$I_{max} = a_5 \coth \left[ a_6 \left( \frac{n_{tr}}{n_s} \right)^{3/2} \right] \left( 10^{45} \text{gr cm}^2 \right), \quad (3.18)$$

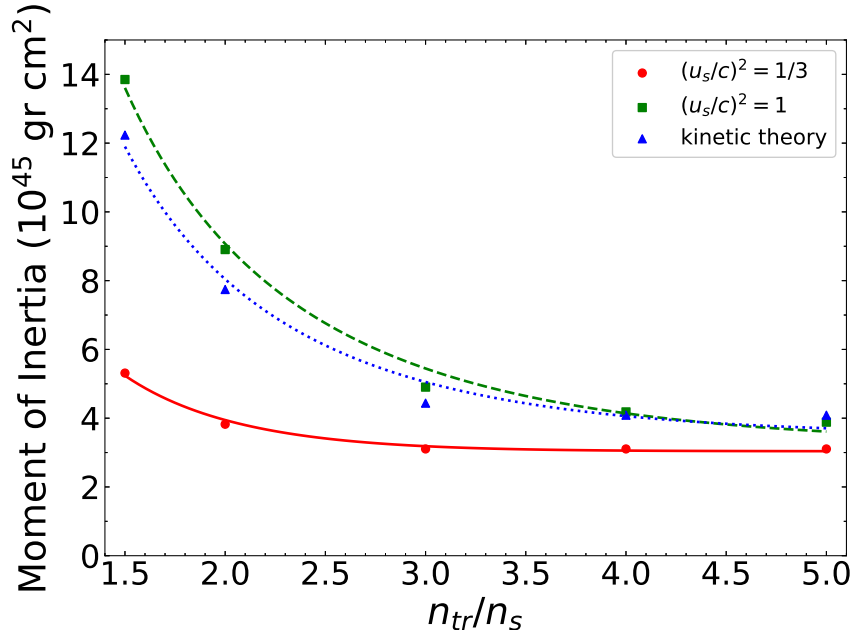
όπου τα  $a_5$  και  $a_6$  δίνονται στον Πίνακα 3.2. Για λόγους πληρότητας, μελετήσαμε, επίσης, την προσέγγιση στην [49] για την περίπτωση μέγιστης δυνατής περιστροφής. Η εγκυρότητα της ακόλουθης σχέσης περιορίζεται στην περιοχή  $[1.5n_s, 3n_s]$  και έχει τη μορφή

$$I_{max} = k_2 \left( \frac{1}{n_{tr}/n_s} \right)^{k_3} \left( 10^{45} \text{gr cm}^2 \right), \quad (3.19)$$

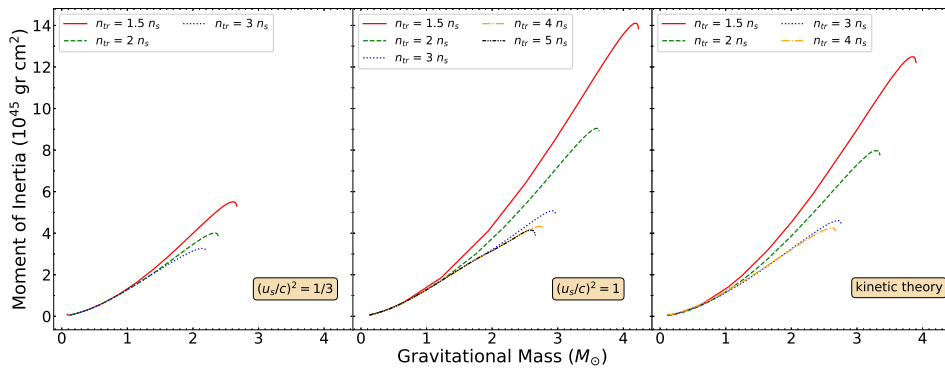
όπου τα  $k_2$  και  $k_3$  φαίνονται στον Πίνακα 3.3.



Σχήμα 3.5: Η εξάρτηση της παραμέτρου Kerr ( $\mathcal{K}$ ) από (a) την πυκνότητα μετάβασης και (b) την βαρυτική μάζα με  $n_{tr} = 1.5n_s$  για τα διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου. Τα δεδομένα με τους κύκλους αντιστοιχούν στο όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$ , τα τετράγωνα στο  $v_s/c = 1$  και τα τρίγωνα στην σχετικιστική κινητικής θεωρίας ενώ παρουσιάζονται και οι αντίστοιχες προσαρμοσμένες καμπύλες σε αυτά.



Σχήμα 3.6: Εξάρτηση της ροπής αδράνειας από την πυκνότητα μετάβασης για τα διάφορα άνω όρια της τχύτητας του ήχου. Τα δεδομένα με τους κύκλους αντιστοιχούν στο όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$ , τα τετράγωνα στο  $v_s/c = 1$  και τα τρίγωνα στις σχετικιστικής κινητικής θεωρίας ενώ παρουσιάζονται και οι αντίστοιχες προσαρμοσμένες καμπύλες σε αυτά.



Σχήμα 3.7: Εξάρτηση της ροπής αδράνειας από τη βαρυτική μάζα για το άνω όριο (a)  $v_s/c = 1$ , (b)  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$  και (c) αυτό που προκύπτει από τη σχετικιστική κινητική θεωρία. Οι υπολογισμοί έγιναν για διάφορες τιμές της  $n_{tr}$ , και πιο συγκεκριμένα  $1.5n_s$ ,  $2n_s$ ,  $3n_s$ ,  $4n_s$  και  $5n_s$ .

Πίνακας 3.3: Οι συντελεστές της (3.19) για τα τρία άνω όρια της ταχύτητας του ήχου.

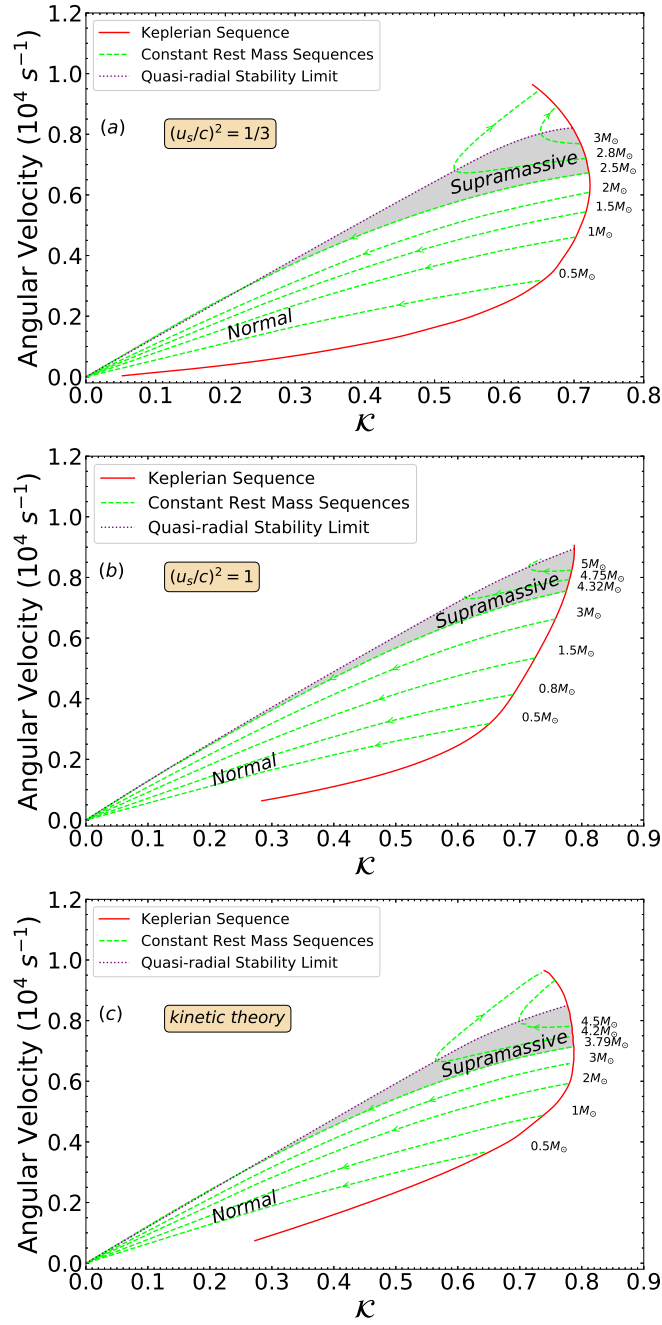
$v_s$	$k_2$	$k_3$
$c$	24.973	1.471
$c/\sqrt{3}$	8.476	1.150
Κινητική θεωρία	22.337	1.498

Επιπλέον, η μελέτη μας για την εξάρτηση της ροπής αδράνειας από την βαρυτική μάζα για τα διάφορα άνω όρια οδήγησε στη δημιουργία των Σχημάτων 3.7. Από εκεί φαίνεται ότι σε όλες τις περιπτώσεις η ελάχιστη τιμή της πυκνότητας μετάβασης (μέγιστα *stiff* KE) οδηγεί στις μέγιστες δυνατές τιμές της ροπής αδράνειας.

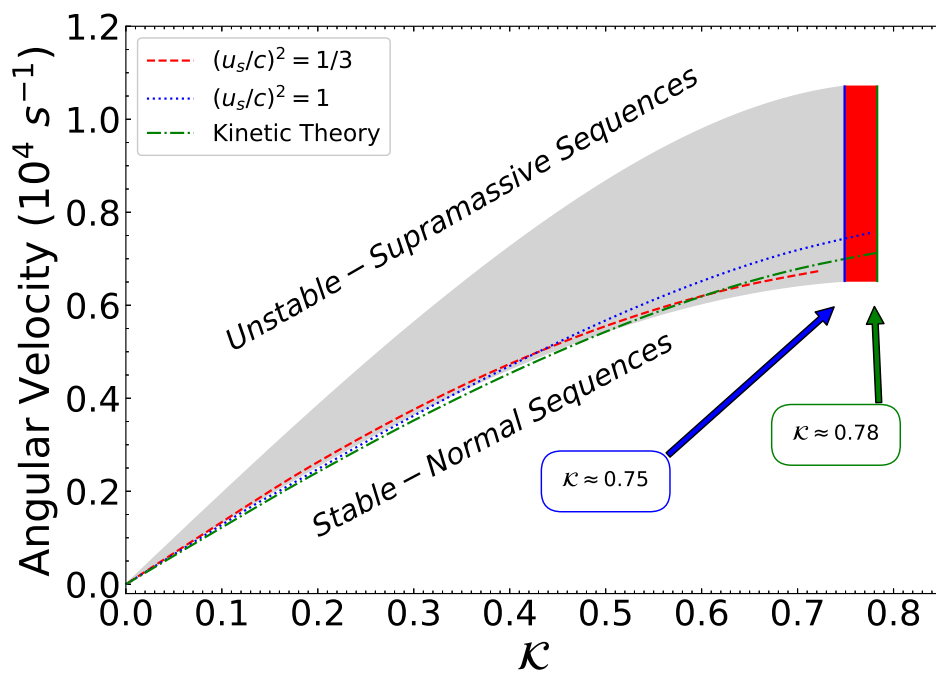
### 3.2.5 Ακολουθίες σταθερής βαρυονικής μάζας

Με σκοπό να μελετήσουμε τη χρονική εξέλιξη ενός αστέρα νετρονίων σε συσχέτιση με την πυκνότητα μετάβασης και τα διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου κατασκευάσαμε τα Σχήματα 3.8. Στα προαναφερθέντα Σχήματα παρουσιάζουμε τις κανονικές και υπερμαζικές ακολουθίες βαρυονικής μάζας (*supramassive rest mass sequences*) ως εξάρτηση ανάμεσα στη γωνιακή ταχύτητα και την παράμετρο *Kerr* για διάφορες τιμές της βαρυονικής μάζας (ή μάζας ηρεμίας) στην τιμή  $n_{tr} = 1.5n_s$ . Ειδικότερα, αυτές οι ακολουθίες περιγράφουν τη χρονική εξέλιξη ενός αστέρα νετρονίων (με καθορισμένη μάζα ηρεμίας), όπου για να τις κατασκευάσουμε θεωρούμε πως ο αστέρας νετρονίων περιστρέφεται με την ταχύτητα *Kepler*. Στην περίπτωση κανονικών ακολουθιών, οι αστέρες νετρονίων αναπόφευκτα χάνουν τη γωνιακή τους ορμή (για διάφορους λόγους) και καταλήγουν στατικοί καθώς προσεγγίζουν μια κατάσταση ευστάθειας. Από την άλλη μεριά, κατά τη διάρκεια μιας υπερμαζικής ακολουθίας, οι αστέρες νετρονίων ποτέ δεν καταφέρνουν να προσεγγίσουν μια ευσταθή στατική κατάσταση, με αποτέλεσμα η μοίρα τους να είναι να καταρρεύσουν σε μια μελανή οπή. Προφανώς, τα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου επηρεάζουν τη χρονική εξέλιξη των μέγιστα περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων. Αυτό εξαρτάται κυρίως από την τιμή της μάζας ηρεμίας στην οποία δημιουργήθηκε ο αστέρας.

Συνακόλουθα με τα Σχήματα 3.8, κατασκευάσαμε στο Σχήμα 3.9 την τελευταία ευσταθή ακολουθία βαρυονικής μάζας [*last stable rest mass sequence (LSRMS)*] για διάφορες τιμές των άνω ορίων που μελετάμε στην τιμή  $n_{tr} = 1.5n_s$ . Η συγκεκριμένη ακολουθία αντιστοιχεί στη διαμόρφωση που κατασκευάσαμε για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας με ένα μη περιστρεφόμενο μοντέλο και καθορίζει το άνω όριο για την περιοχή ευστάθειας. Επιπλέον, στο ίδιο Σχήμα, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που αφορούν την *LSRMS* (σκιασμένη περιοχή με γκρι χρώμα) όπως αυτά υπολογίστηκαν από τους



Σχήμα 3.8: Κανονικές και υπερμαζικές ακολουθίες βαρυονικής μάζας ως αναπαράσεις της εξάρτησης της γωνιακής ταχύτητας και της παραμέτρου *Kerr* για τα άνω όρια (a)  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$ , (b)  $v_s/c = 1$  και (c) αυτό της σχετικιστικής κινητικής θεωρίας στο σημείο  $n_{tr} = 1.5n_s$ . Οι κόκκινες καμπύλες αναπαριστούν την ακολουθία *Kepler*. Οι ακολουθίες σταθερής βαρυονικής μάζας παρουσιάζονται με πράσινες διακεκομμένες γραμμές και το όριο ημιακτινικής ευστάθειας (*quasiradial stability limit*) με μωβ.



Σχήμα 3.9: Η *LSRMS* ως αναπαράσταση της εξάρτησης της γωνιακής ταχύτητας και της παραμέτρου *Kerr* για τα διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου στο σημείο  $n_{tr} = 1.5n_s$ . Φαίνονται οι υπερμαζικές και οι κανονικές περιοχές όπως και οι καμπύλες για τα τρία όρια. Παρουσιάζονται, επίσης, η γκρι περιοχή και το όριο *Kerr* 0.75 από την [37] αλλά και η κόκκινη περιοχή με τις μέγιστες τιμές σε κάθε περίπτωση.

*Koliogiannis* και *Moustakidis* στην [37] εφαρμόζοντας ένα εύρος ρεαλιστικών καταστατικών εξισώσεων. Αξίζει να παρατηρηθεί ότι τα τρία άνω όρια ορίζουν το κάτω όριο για την *LSRMS*. Αυτό σημαίνει ότι η επίδραση των ορίων αυτών είναι να χαμηλώνουν την περιοχή ευστάθειας της χρονικής εξέλιξης όσον αφορά τη γωνιακή ταχύτητα. Όμως, σε αυτή μας τη μελέτη παρατηρούμε ότι όλα έχουν σχεδόν παρόμοια συμπεριφορά.

### 3.2.6 Ελάχιστη περίοδος περιστροφής

Για δοθείσα ΚΕ, η μέγιστη βαρυτική μάζα στην ακολουθία των βαρυτικά περιορισμένων αστέρων νετρονίων έχει την ελάχιστη περίοδο *Kepler*. Για αυτό, με σκοπό να παρέχουμε περιορισμούς στην ΚΕ, παρουσιάζουμε στο Σχήμα 3.10 την εξάρτηση της ελάχιστης περιόδου περιστροφής σαν συνάρτηση της αντίστοιχης μέγιστης βαρυτικής μάζας της μη περιστρεφόμενης περίπτωσης για τα διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου και για την μέγιστη *stiff* ΚΕ σε κάθε περίπτωση.

Επιπρόσθετα, για σύγκριση, περιέχονται τα αποτελέσματα από παλαιότερη δουλειά του *Glendenning* [25], αυτά των *Koranda et al.* [11] καθώς και αυτά που αντιστοιχούν στις 23 ρεαλιστικές καταστατικές εξισώσεις από τους *Koliogiannis* και *Moustakidis* [37]. Τέλος, συμπεριλάβαμε τις δύο απαγορευμένες περιοχές που προκύπτουν από τη μέγιστη τιμή της παραμέτρου συμπαγότητας (*compactness*),  $\beta = GM/Rc^2$ . Στην πρώτη περιοχή η τιμή είναι  $\beta = 4/9$  (η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή από τη γενική σχετικότητα) [6] και στη δεύτερη  $\beta = 0.3428$ , που είναι η μέγιστη δυνατή τιμή της αναλυτικής λύσης *Tolman VII* των εξισώσεων *Tolman – Oppenheimer – Volkoff* και οδηγεί σε ευσταθή κατάσταση. Έχει βρεθεί πρόσφατα ότι αυτή η τιμή είναι ένα παγκόσμιο άνω όριο συμπεριλαμβανομένων ρεαλιστικών καταστατικών εξισώσεων [129]. Τις παραπάνω δύο περιοχές βρήκαμε συνδυάζοντας την εξίσωση

$$P_{min} = \mathcal{F} \left( \frac{M_{\odot}}{M_{max}^{st}} \right)^{1/2} \left( \frac{R_{max}^{st}}{10\text{km}} \right)^{3/2} \quad (\text{ms}), \quad (3.20)$$

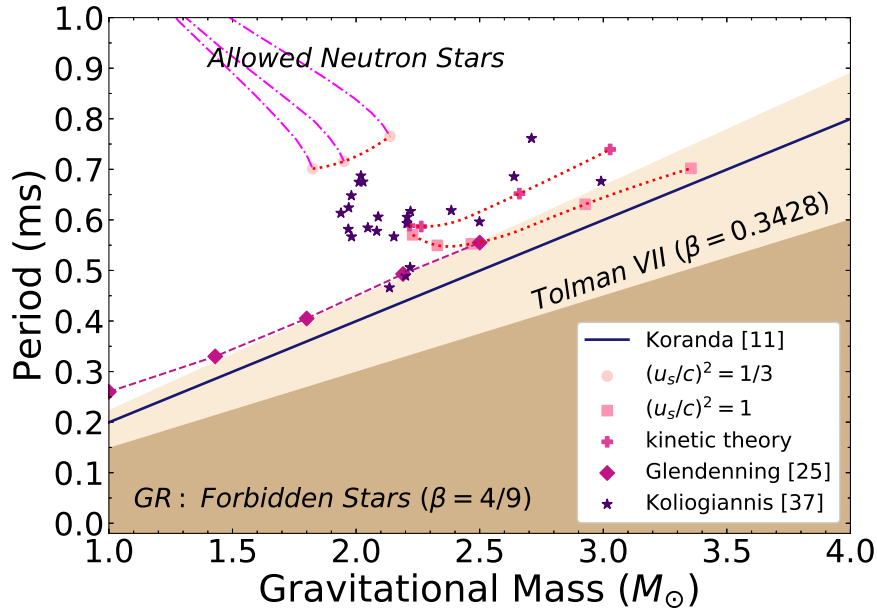
η οποία δίνεται στην [37], και συνδέει την ελάχιστη περίοδο ενός μέγιστα περιστρεφόμενου αστέρα νετρονίων με μάζα και ακτίνα της μη περιστρεφόμενης περίπτωσης, με τις οριακές τιμές της παραμέτρου συμπαγότητας,  $\beta_{max}$ . Σε αυτή την περίπτωση, βρίσκουμε την έκφραση

$$P_{min} = 0.79 \left( \frac{0.1473}{\beta_{max}} \right)^{3/2} \left( \frac{M_{max}^{st}}{M_{\odot}} \right) \quad (\text{ms}), \quad (3.21)$$

η οποία χρησιμοποιήθηκε στο Σχήμα 3.10.

Είναι αξιοσημείωτο ότι η προσέγγιση των *Koranda et al.* [11] παρέχει σωστά το κατώτερο όριο της  $P_{min}$  σε σύγκριση με τα αποτελέσματα των ρεαλιστικών καταστατικών εξισώσεων. Επιπρόσθετα, η προσέγγιση που δίνεται από τον *Glendenning* [25], παρά την απλότητά της, είναι πολύ κοντά στην προηγούμενη σχέση. Όσον αφορά τη λύση *Tolman VII*, η πρόβλεψή της όντας κοντά σε





Σχήμα 3.10: Η ελάχιστη περίοδος περιστροφής των περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων ως μια συνάρτηση της μέγιστης μάζας ενός σφαιρικού αστέρα που προκύπτει από την ΚΕ της αστρικής ύλης. Οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν το άνω όριο  $u_s/c = 1/\sqrt{3}$ , τα τετράγωνα το  $u_s/c = 1$  και οι σταυροί αυτό της σχετικιστικής κινητικής θεωρίας. Τα δεδομένα από τον *Glendenning* [25] παρουσιάζονται με ρόμβους. Η μπλε γραμμή αναπαριστά τη δουλειά των *Koranda et al.* [11] για λόγους σύγκρισης ενώ τα δεδομένα από τις 23 ρεαλιστικές καταστατικές εξισώσεις [37] παρουσιάζονται με αστέρια. Τέλος φαίνονται οι απαγορευμένες περιοχές από τη γενική σχετικότητα για  $\beta = 4/9$  και η αντίστοιχη από την *Tolman VII* με  $\beta = 0.3428$ .

αυτή του *Glendenning*, επιβεβαιώνει την αξιοπιστία της. Όμως, το πιο δυνατό χαρακτηριστικό είναι οι περιορισμοί που εισάγει το άνω όριο  $u_s/c = 1/\sqrt{3}$ . Προφανώς, η χρήση αυτού του ορίου οδηγεί σε μια σημαντική αύξηση στην ελάχιστη περίοδο (σχεδόν διπλάσια από τον αντίστοιχο χρόνο του ορίου αιτιότητας  $u_s/c = 1$ ) και κατά συνέπεια περιορίζει την επιτρεπόμενη περιοχή. Για την ακρίβεια, η επιτρεπόμενη περιοχή περιορίζεται δραστικά με τη χρήση αυτού του ορίου, εξαιρώντας την εκτίμηση όλων των ρεαλιστικών καταστατικών εξισώσεων.

Στο ίδιο Σχήμα και για το άνω όριο  $u_s/c = 1/\sqrt{3}$ , οι ακολουθίες για κάθε περίπτωση (οι οποίες αντιστοιχούν σε διάφορες τιμές της κρίσιμης πυκνότητας και κατά συνέπεια σε διαφορετικά διαγράμματα  $M - R$ ) συμπεριλαμβάνονται. Η γραμμή αυτή που δημιουργείται βοηθά στην ταυτοποίηση της ελάχιστης περιόδου (και της επιτρεπόμενης περιόδου) για κάθε περίπτωση και για δι-

Πίνακας 3.4: Οι τιμές της κεντρικής πυκνότητας  $\rho_c = \mathcal{E}_c/c^2$  (σε  $10^{15}$  gr cm $^{-3}$ ) που αντιστοιχούν σε κάθε πυκνότητα μετάβασης για τις διάφορες περιπτώσεις άνω ορίων της ταχύτητας του ήχου και τις αντίστοιχες περιπτώσεις μη περιστροφής (*N.R.*) και τάχιστης περιστροφής (*M.R.*).

$v_s$	<b>N.R.</b>	<b>M.R.</b>	$n_{tr}$
$c$	1.239	0.993	1.5 $n_s$
$c/\sqrt{3}$	1.726	1.369	
Κινητική θεωρία	1.228	1.000	
$c$	1.463	1.309	2 $n_s$
$c/\sqrt{3}$	2.038	1.726	
Κινητική θεωρία	1.689	1.400	
$c$	2.276	2.038	3 $n_s$
$c/\sqrt{3}$	2.276	1.928	
Κινητική θεωρία	2.384	2.000	
$c$	2.405	2.153	4 $n_s$
$c/\sqrt{3}$	-	-	
Κινητική θεωρία	2.384	2.095	
$c$	2.542	2.153	5 $n_s$
$c/\sqrt{3}$	-	-	
Κινητική θεωρία	-	-	

άφορες τιμές της μάζας. Όπως είναι αναμενόμενο, το άνω όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$  παρέχει ισχυρούς περιορισμούς στη μέγιστη μάζα (τόσο για τους στατικούς όσο και για τους γρήγορα περιστρεφόμενους αστέρες), καθώς και στην ελάχιστη επιτρεπόμενη περίοδο περιστροφής.

### 3.2.7 Κεντρική πυκνότητα

Στον Πίνακα 3.4, παραθέτουμε την κεντρική πυκνότητα του αστέρα που αντιστοιχεί σε κάθε πυκνότητα μετάβασης σύμφωνα με το Σχήμα 3.2 τόσο για τις στατικές όσο και για τάχιστα περιστρεφόμενες περιπτώσεις. Στην πραγματικότητα, η κεντρική πυκνότητα ενέργειας παίζει σημαντικό ρόλο στην ανάλυση παλμιτών [37]. Προχωρώντας από έναν τάχιστα περιστρεφόμενο σε έναν στατικό παλμίτη, η κεντρική πυκνότητα αυξάνει και υποτίθεται ότι η ισχυρά συμπιεσμένη ύλη από κουάρκ θα αντικαταστήσει την υπάρχουσα πυρηνική ύλη. Αυτή η επίδραση συνδέεται άμεσα με την ελάττωση της ροπής αδράνειας. Έτσι, η κεντρική πυκνότητα μπορεί να μας πληροφορήσει για την εμφάνιση μιας μετατροπής φάσης στο εσωτερικό. Το τελευταίο μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά φαινόμενα στους παλμίτες [6].

Πίνακας 3.5: Σύγκριση των δύο προσεγγίσεων για τις μακροσκοπικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων γύρω από τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας στο σημείο  $n_{tr} = 1.5n_s$ . Η συντομογραφία  $c$  δηλώνει τη μέθοδο με τη συνέχεια ενώ η  $dc$  αυτή με την ασυνέχεια.

$v_s$	$c$	$dc$	Φυσικό μέγεθος
$c$	4.231	4.229	$M (M_\odot)$
$c/\sqrt{3}$	2.666	2.673	
$c$	18.812	18.800	$R (km)$
$c/\sqrt{3}$	17.228	17.128	
$c$	0.895	0.896	$\Omega (10^4 \text{ s}^{-1})$
$c/\sqrt{3}$	0.821	0.829	
$c$	0.788	0.786	$\mathcal{K}$
$c/\sqrt{3}$	0.698	0.702	
$c$	13.850	13.799	$I (10^{45} \text{ gr cm}^2)$
$c/\sqrt{3}$	5.312	5.317	

### 3.2.8 Για τα αποτελέσματα των προσεγγίσεων

Με δύο διαφορετικές προσεγγίσεις κατασκευάσαμε την ΚΕ σε συσχέτιση με την πυκνότητα μετάβασης. Στην πρώτη περίπτωση, η μελέτη έγινε με τις ασυνέχειες της ΚΕς παρούσες ενώ στη δεύτερη είχαμε συνέχεια. Από τα αποτελέσματα, που τα παραθέτουμε στον Πίνακα 3.5, γίνεται εμφανές ότι οι δύο μέθοδοι συγκλίνουν, ειδικά για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας. Κατά συνέπεια, οι επιδράσεις της ασυνέχειας μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες.

### 3.3 Σύντομα σχόλια πάνω στα αποτελέσματα

Αν και πιο ολοκληρωμένα σχόλια πάνω στα αποτελέσματα θα παραθέσουμε στην τελευταία ενότητα αξίζει να αναφερθούμε στο κλείσιμο της παρούσας ενότητας. Συμπεραίνουμε ότι το προτεινόμενο άνω όριο  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$  οδηγεί σε δραματική μείωση των τιμών της μέγιστης μάζας, της παραμέτρου *Kerr* και της ροπής αδράνειας, εμποδίζοντας έτσι έναν αστέρα νετρονίων να φτάσει σε τιμές που παράγονται από τη θεώρηση ρεαλιστικών καταστατικών εξισώσεων ή από άλλους περιορισμούς. Πιθανές μετρήσεις της παραμέτρου *Kerr* και της ροπής αδράνειας θα μπορούσαν να φωτίσουν αυτά τα ζητήματα και να βοηθήσουν στην ανάδειξη του άνω ορίου της ταχύτητας του ήχου στην πυκνή πυρηνική ύλη.

## Κεφάλαιο 4

# ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΣΥΝΟΡΟ ΦΛΟΙΟΥ-ΠΥΡΗΝΑ ΑΡΓΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζουμε τα αποτελέσματά μας γύρω από τη περιοχή φλοιού - πυρήνα (μια περιοχή χαμηλών πυκνοτήτων) για τη περίπτωση αργά περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων [130]. Έπειτα από μια παρουσίαση της δυναμικής μεθόδου, προχωράμε σε υπολογισμούς γύρω από τη πυκνότητα μετάβασης και την αντίστοιχη πίεση με σκοπό την εφαρμογή σε μεγάθη αστροφυσικού ενδιαφέροντος, όπως ήδη προαναφέραμε, με ταυτόχρονη σύγκριση των προσεγγίσεων που χρησιμοποιήθηκαν. Στη συνέχεια, μελετάμε τη συμπεριφορά των μοντέλων που χρησιμοποιήσαμε μέσα από τη συνεισφορά των όρων ανώτερης τάξης του αναπτύγματος της ενέργειας στην ενέργεια συμμετρίας, τόσο για τη θερμοδυναμική όσο και για τη δυναμική μέθοδο.

### 4.1 Η δυναμική μέθοδος

Η μελέτη της αστάθειας της β-ευσταθούς πυρηνικής ύλης είναι βασισμένη στη μεταβολή της ολικής πυκνότητας ενέργειας, όπως αυτή περιγράφεται στο πλαίσιο των προσεγγίσεων *Thomas-Fermi* (δείτε και τη καινοτόμα εργασία των *Baym, Bethe* και *Pethick* [81]). Στη δυναμική μέθοδο, σε σχέση με τη θερμοδυναμική, συμπεριλαμβάνονται επιπρόσθετα επιδράσεις από ανομοιογένειες της πυκνότητας καθώς και η αλληλεπίδραση *Coulomb*. Στη συγκεκριμένη μέθοδο θεωρούμε μικρές ημιτονοειδείς μεταβολές στις πυκνότητες των νετρονίων, πρωτονίων και ηλεκτρονίων, ορίζοντας τις αντίστοιχα  $\delta n_n(\mathbf{r})$ ,  $\delta n_p(\mathbf{r})$  και  $\delta n_e(\mathbf{r})$ . Η αστάθεια προκαλείται όταν η ολική ενέργεια με παρουσία της ανομοιογένειας στη πυκνότητα είναι χαμηλότερη από την ενέργεια του ομοιόμορ-

φου υγρού (*uniform liquid*). Πιο συγκεκριμένα, το ανάπτυγμα της ολικής ενέργειας μέχρι δεύτερης τάξης ως προς τη μεταβολή των πυκνοτήτων οδηγεί στη σχέση [81, 82]

$$\begin{aligned}\mathcal{E} - \mathcal{E}_0 &= \frac{1}{2} \sum_{ij} \int \frac{\delta^2 \mathcal{E}}{\delta n_i(\mathbf{k}) \delta n_j^*(\mathbf{k})} \delta n_i(\mathbf{k}) \delta n_j^*(\mathbf{k}) \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \\ &= \frac{1}{2} \int U_{\text{dyn}}(k, n) |\delta n_p(\mathbf{k})|^2 \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3},\end{aligned}\quad (4.1)$$

όπου  $\mathcal{E}_0$  είναι η ενέργεια της ομοιόμορφης φάσης και  $\delta n_i(\mathbf{k})$  η πυκνότητα στο χώρο των ορμών. Οπότε η έναρξη της αστάθειας θα προκληθεί αν η ολική ενέργεια  $\mathcal{E}$ , παρουσία ανομοιογένειας της πυκνότητας, είναι χαμηλότερη από την  $\mathcal{E}_0$ . Η  $U_{\text{dyn}}(k, n)$  είναι η λεγόμενη ενεργός αλληλεπίδραση (*effective interaction*) που ορίζεται ως [81, 82]

$$\begin{aligned}U_{\text{dyn}}(k, n) &= \left( \frac{\partial \mu_p}{\partial n_p} + 2D_{pp}k^2 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \right) \\ &\quad - \frac{(\partial \mu_p / \partial n_n + 2D_{pn}k^2)^2}{\partial \mu_n / \partial n_n + 2D_{nn}k^2} \\ &\quad - \frac{(4\pi e^2 / k^2)^2}{\partial \mu_e / \partial n_e + D_{ee}k^2 + 4\pi e^2 / k^2}.\end{aligned}\quad (4.2)$$

Τα χημικά δυναμικά  $\mu_n$  και  $\mu_p$  ορίζονται ως εξής

$$\mu_n = \left( \frac{\partial E_b}{\partial n_n} \right)_{n_p}, \quad \mu_p = \left( \frac{\partial E_b}{\partial n_p} \right)_{n_n}, \quad (4.3)$$

όπου  $n_n$  και  $n_p$  είναι οι αριθμητικές πυκνότητες των νετρονίων και πρωτονίων αντίστοιχα και  $E_b$  η ενέργεια ανά βαρυόνιο (συμπεριλαμβανομένων πρωτονίων και νετρονίων). Σε αυτό το σημείο αξίζει να σχολιάσουμε τους όρους κλίσης  $D_{ij}$  ( $i, j = p, n$ ). Αυτοί οι όροι αποτελούν γενικότερα συναρτήσεις της πυκνότητας όμως τις θεωρούμε σταθερές εδώ. Επιπλέον, από τη στιγμή που τα μοντέλα δεν έχουν τέτοιους όρους κλίσης, τους εισάγουμε με ένα προσεγγιστικό τρόπο. Τώρα αν απορρίψουμε στην εξίσωση (4.2) τον παράγοντα  $D_{ee}$  και για λόγους συνοχής διατηρήσουμε μόνο όρους της τάξης του  $k^2$  στον όρο καμπυλότητας, λόγω του ότι ο κυματάρθρωτος της ορμής παίρνει μικρές τιμές, τότε βρίσκουμε τη παρακάτω προσέγγιση [81]

$$U_{\text{dyn}}(k, n) = U_0(n) + \xi k^2 + \frac{4\pi e^2}{k^2 + k_{TF}^2}, \quad (4.4)$$

όπου

$$U_0(n) = \frac{\partial \mu_p}{\partial n_p} - \frac{(\partial \mu_p / \partial n_n)^2}{\partial \mu_n / \partial n_n}, \quad (4.5)$$

$$\xi = 2(D_{pp} + 2D_{np}\zeta + D_{nn}\zeta^2), \quad \zeta = -\frac{\partial \mu_p / \partial n_n}{\partial \mu_n / \partial n_n} \quad (4.6)$$

καθώς και

$$k_{TF}^2 = \frac{4}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} k_e^2 = \frac{4}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} (3\pi^2 x n)^{2/3}. \quad (4.7)$$

Στην (4.7) το  $k_e$  είναι η ορμή *Fermi* του ηλεκτρονίου και το  $x = n_e/n$  είναι το ποσοστό ηλεκτρονίων. Επιπρόσθετα, το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων  $\mu_e$  δίνεται από τη σχέση

$$\mu_e = \hbar c (3\pi^2 n_e)^{1/3}. \quad (4.8)$$

Να αναφέρουμε εδώ ότι ισχύει η σχέση  $D_{ij} = B_{ij}/n_0$  (βλέπε *Baym et al.* [81]). Για την ειδική περίπτωση που έχουμε  $D_{pp} = D_{nn} = D_{pn}/2$ , παίρνουμε

$$\xi = 2D_{nn}(1 + 4\zeta + \zeta^2).$$

Η ενεργός αλληλεπίδραση  $U_{dyn}(k, n)$ , που δίνεται από τη σχέση (4.4), για συγκεκριμένη τιμή της πυκνότητας  $n$ , έχει ελάχιστο για  $k = Q$  που δίνεται από την

$$Q^2 = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{\xi}} - k_{TF}^2. \quad (4.9)$$

Αντικαθιστώντας  $k = Q$  στη σχέση (4.4) βρίσκουμε την ελάχιστη ευσταθή διαμόρφωση (*modulation*)

$$U_{dyn}(Q, n) = U_0(n) + 4\sqrt{\pi a \hbar c \xi} - 4a\xi (9\pi x^2 n^2)^{1/3}, \quad a = e^2/\hbar c. \quad (4.10)$$

Έτσι, η πυκνότητα μετάβασης  $n_t$  καθορίζεται από τη συνθήκη  $U_{dyn}(Q, n_t) = 0$ . Τα βασικά συστατικά της (4.10) είναι η ενέργεια ανά βαρυόνιο της πυρηνικής ύλης  $E_b$  (και κατ' επέκταση τα χημικά δυναμικά των νετρονίων και πρωτονίων) καθώς και το ποσοστό πρωτονίων  $x$ . Έχει ιδιαίτερη σημασία να συζητήσουμε τις επιλεγμένες τιμές των όρων κλίσης  $D_{ij}$ . Ακολουθώντας το φορμαλισμό που εισήγαγε ο *Bethe* [131] καθώς και τη δουλειά που έχει γίνει από το *Ravenhall* και τους συνεργάτες του [132, 133] όπως και αυτή των *Steiner et al.* [134], θεωρούμε ότι η ολική πυκνότητα ενέργειας της ημι-άπειρης ύλης περιγράφεται από τη σχέση

$$\mathcal{E}_b(n) = nE_b(n, x = 0.5) + D \left( \frac{dn(z)}{dz} \right)^2, \quad (4.11)$$

όπου  $z$  είναι η απόσταση της επιφάνειας και  $D$  είναι η σταθερά που συνδέεται με τις συνιστώσες  $D_{ij}$  σύμφωνα με τη  $D = 3D_{nn}/2 = 3D_{pp}/2 = 3D_{np}/4$ . Η ποσότητα  $D$  μπορεί να καθοριστεί είτε από την ενέργεια επιφάνειας (*surface energy*) της συμμετρικής πυρηνικής ύλης είτε από το επιφανειακό πάχος (*surface thickness*) συμμετρικών πυρήνων [9]. Ελαχιστοποιώντας την ολική ενέργεια, σύμφωνα με την  $\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_b(n) dz$  ως προς τη πυκνότητα των βαρυονίων  $n(z)$  και για συγκεκριμένο αριθμό βαρυονίων, βρίσκουμε ότι (βλέπε επίσης [135])

$$n(E_b(n, x = 0.5) - \bar{n}) = D \left( \frac{dn(z)}{dz} \right)^2, \quad (4.12)$$

όπου  $\hat{n}$  είναι ο πολλαπλασιαστής *Lagrange* που καθορίζεται από την εξίσωση  $\hat{n} = E_b(n_s, x = 0.5) = E_0$  ( με  $n_s$  τη πυκνότητα κορεσμού της συμμετρικής πυρηνικής ύλης). Ορίζουμε τη συνάρτηση

$$g(u) = u \left( \frac{E_b(n, x = 0.5) - \hat{n}}{E_{\text{kin}}} \right), \quad (4.13)$$

με  $u = n/n_s$  και  $E_{\text{kin}}$  να είναι η κινητική ενέργεια στη πυκνότητα κορεσμού  $n_s$ . Οπότε, το επιφανειακό πάχος γράφεται

$$t_{90-10} = \sqrt{\frac{Dn_s}{E_{\text{kin}}}} \int_{0.1}^{0.9} \frac{1}{\sqrt{g(u)}} du. \quad (4.14)$$

Η επιφανειακή τάση (*surface tension*) της συμμετρικής πυρηνικής ύλης  $\sigma_{\text{snm}}$  ορίζεται ως εξής:

$$\sigma_{\text{snm}} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} (E_b - \hat{n}) dz = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} (nE_b(n, x = 0.5) - \hat{n}) dz \quad (4.15)$$

και μπορεί να γραφτεί, επίσης, και με το παρακάτω τρόπο

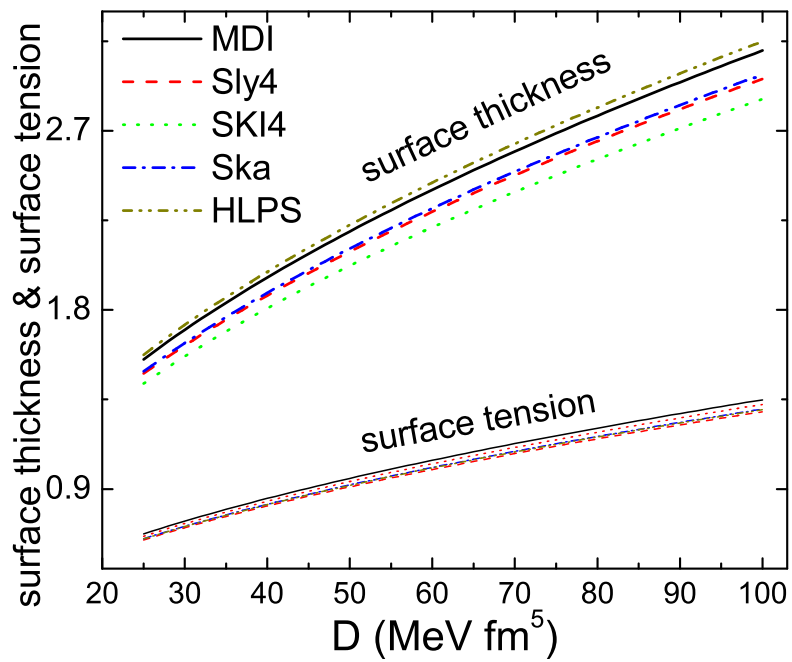
$$\sigma_{\text{snm}} = 2 \sqrt{DE_{\text{kin}}n_s^3} \int_0^1 \sqrt{g(u)} du. \quad (4.16)$$

Η συνάρτηση  $g(u)$  ορίζεται για το κάθε εφαρμοζόμενο πυρηνικό μοντέλο και η παράμετρος  $D$  μεταβάλλεται σε ένα τέτοιο διάστημα τιμών έτσι ώστε να έχουμε λογικές τιμές για το επιφανειακό πάχος  $t_{90-10}$  και την επιφανειακή τάση  $\sigma_{\text{snm}}$ . Πιο συγκεκριμένα, οι όροι κλίσης που σχετίζονται με τα  $t_{90-10}$  και  $\sigma_{\text{snm}}$  επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε οι τελευταίες να είναι κοντά σε εμπειρικές τους τιμές [85, 135–142]. Στο Σχήμα 4.1 έχουμε σχεδιάσει, για διάφορα μοντέλα, την εξάρτηση της επιφανειακής τάσης και του επιφανειακού πάχους από τη παράμετρο  $D$ . Φαίνεται πως η τιμή  $D = 72 \text{ MeV fm}^5$  (και κατά συνέπεια οι  $D_{nn} = D_{pp} = 48 \text{ MeV fm}^5$ ) οδηγεί σε φυσιολογικές τιμές τόσο για το επιφανειακό πάχος όσο και για την επιφανειακή τάση. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Πίνακα 4.1. Φυσικά μπορεί κανείς να εισάγει τις τιμές των  $D_{ij}$

Πίνακας 4.1: Οι τιμές του επιφανειακού πάχους  $t_{90-10}$  (σε fm) και της επιφανειακής τάσης  $\sigma_{\text{snm}}$  (σε  $\text{MeV}/\text{fm}^2$ ) για  $D = 72 \text{ MeV fm}^5$ .

	<i>MDI</i>	<i>Sly4</i>	<i>SKI4</i>	<i>Ska</i>	<i>HLPS</i>
$t_{90-10}$	2.63	2.51	2.43	2.52	2.67
$\sigma_{\text{snm}}$	1.14	1.09	1.12	1.10	1.10

ξεχωριστά για κάθε μοντέλο έτσι ώστε να διατηρείται η ομοιομορφία του όρου κλίσης αλλά θεωρήσαμε τη παρούσα προσέγγιση λογική. Σε κάθε περίπτωση



Σχήμα 4.1: Η παράμετρος πάχους  $t_{90-10}$  (σε fm) και η επιφανειακή τάση  $\sigma_{snm}$  (σε MeV/fm<sup>2</sup>) ως συνάρτηση της  $D$  για διάφορα μοντέλα.



μια πιο συστηματική μελέτη των επιδράσεων του όρου κλίσης στη πυκνότητα μετάβασης έχει παρουσιαστεί και συζητηθεί επίσης στις αναφορές [85, 137].

Πρέπει να αναφερθεί εδώ πως αν απορρίψουμε στην (4.4) τον όρο κλίσης και τον όρο από τη συνεισφορά της αλληλεπίδρασης *Coulomb* (δηλαδή το δεύτερο και τρίτο όρο αντίστοιχα), η δυναμική μέθοδος οδηγεί στη θερμοδυναμική [85, 88–91]. Σ' αυτή τη περίπτωση, η λύση της εξίσωσης  $U_0(n_t) = 0$  δίνει τη πυκνότητα μετάβασης  $n_t$ . Προφανώς, η συνεισφορά των όρων κλίσης και *Coulomb*, στο καθορισμό των  $n_t$  και  $P_t$ , μπορεί να μελετηθεί ξεχωριστά.

### Λίγα λόγια για την ενέργεια συμμετρίας

Η ενέργεια συμμετρίας παίζει σημαντικό ρόλο στο καθορισμό της πυκνότητας μετάβασης και της αντίστοιχης πίεσης. Αποτελεί ποσότητα-κλειδί για την επεξήγηση πολλών γενικών ιδιοτήτων των αστέρων νετρονίων και αντίστοιχων δυναμικών διαδικασιών [77]. Θεωρούμε πως η ενέργεια ανά σωματίο της πυρηνικής ύλης  $E_b(n, I)$  μπορεί να γραφεί ως ανάπτυγμα ως προς τη παράμετρο ασυμμετρίας  $I$  με το παρακάτω τρόπο [91]

$$E_b(n, I) = E_b(n, I = 0) + E_{\text{sym},2}(n)I^2 + E_{\text{sym},4}(n)I^4 + \dots + E_{\text{sym},2k}(n)I^{2k} + \dots \quad (4.17)$$

όπου  $I = (n_n - n_p)/n = 1 - 2x$  (με  $x$  να είναι το ποσοστό πρωτονίων  $n_p/n$ ). Οι συνιστώσες του αναπτύγματος (4.17) δίνονται από την έκφραση

$$E_{\text{sym},2k}(n) = \frac{1}{(2k)!} \left. \frac{\partial^{2k} E_b(n, I)}{\partial I^{2k}} \right|_{I=0}. \quad (4.18)$$

Η πυρηνική ενέργεια συμμετρίας  $E_{\text{sym}}(n)$  ορίζεται ως ο συντελεστής του τετραγωνικού όρου

$$E_{\text{sym}}(n) \equiv E_{\text{sym},2}(n) = \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 E_b(n, I)}{\partial I^2} \right|_{I=0}, \quad (4.19)$$

και η κλίση (*slope*)  $L$  της ενέργειας συμμετρίας για την τιμή της πυρηνικής πυκνότητας κορεσμού  $n_s$ , που αποτελεί ένδειξη της *stiffness* της ΚΕς, ορίζεται ως εξής

$$L = 3n_s \left. \frac{dE_{\text{sym}}(n)}{dn} \right|_{n=n_s}. \quad (4.20)$$

Ο παραπάνω τύπος μπορεί να γενικευτεί και για τους ανώτερους όρους του αναπτύγματος. Αρκεί να αναπτύξουμε την  $E_{\text{sym},2k}(n)$  γύρω από την πυκνότητα κορεσμού  $n_s$  (βλέπε [147]):

$$E_{\text{sym},2k}(n) = E_{\text{sym},2k}(n_s) + L_{2k} \frac{(n - n_s)}{3n_s} + \dots \quad (4.21)$$

Κατά συνέπεια, οι κλίσεις  $L_{2k}$  δίνονται από τον τύπο

$$L_{2k} = 3n_s \left. \frac{dE_{\text{sym},2k}(n)}{dn} \right|_{n=n_s}. \quad (4.22)$$

Στο πλαίσιο της παραβολικής προσέγγισης (ΠΠ) η ενέργεια ανά σωματίδιο δίνεται από τη σχέση

$$E_b(n, x) \simeq E_b(n, I = 0) + I^2 E_{sym}^{PA}(n), \quad (4.23)$$

όπου η  $E_{sym}^{PA}(n)$  ορίζεται με το παρακάτω απλό τρόπο

$$E_{sym}^{PA}(n) = E_b(n, I = 1) - E_b(n, I = 0). \quad (4.24)$$

Στη πυρηνική ύλη β-ευστάθειας οι ακόλουθες διεργασίες πραγματοποιούνται ταυτόχρονα:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (4.25)$$

και αν επιπρόσθετα θεωρήσουμε πως όποια νετρίνα παράχθηκαν από τις παραπάνω αντιδράσεις έχουν αφήσει το σύστημά μας, τότε η συνθήκη χημικής ισορροπίας παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e. \quad (4.26)$$

Είναι εύκολο να δείξουμε με τη βοήθεια αλγεβρικών πράξεων [115] (βλέπε επίσης Παράρτημα Β) ότι

$$\mu_n - \mu_p = \left( -\frac{\partial E_b}{\partial x} \right)_n. \quad (4.27)$$

Τελικά, αξιοποιώντας την εξίσωση (4.8), μπορούμε να δείξουμε ότι

$$\left( \frac{\partial E_b}{\partial x} \right)_n = -\hbar c (3\pi^2 x n)^{1/3}. \quad (4.28)$$

Η εξίσωση (4.28) είναι η πιο γενική σχέση για το καθορισμό του ποσοστού πρωτονίων από ύλη β-ευστάθειας και από δω και μπρος θα την αναφέρουμε ως πλήρες ανάπτυγμα (ΠΑ). Η ολική ενέργεια ανά σωματίο της ύλης αστέρα νετρονίων  $E(n, x)$  θα δίνεται από το άθροισμα της ενέργειας ανά βαρυόνιο και της ενέργειας των ηλεκτρονίων, δηλαδή θα είναι

$$E(n, x) = E_b(n, x) + E_e(n, x), \quad (4.29)$$

όπου το  $x$  καθορίζεται γενικά από τη σχέση (4.28). Τα ηλεκτρόνια θεωρούνται πως συμπεριφέρονται ως ένα μη αλληλεπιδρόν αέριο *Fermi*, οπότε [19]

$$E_e(n, x) = \frac{3}{4} \hbar c (3\pi^2 x^4 n^4)^{1/3}. \quad (4.30)$$

Αντίστοιχα η ολική πίεση, επίσης, καταμερίζεται με βάση τη συνεισφορά βαρυονίων και λεπτονίων με το παρακάτω τρόπο

$$P(n, x) = P_b(n, x) + P_e(n, x), \quad (4.31)$$

όπου εξ ορισμού ισχύει

$$P_b(n, x) = n^2 \left( \frac{\partial E_b}{\partial n} \right)_x. \quad (4.32)$$

Η συνεισφορά των ηλεκτρονίων στην ολική πίεση είναι ισοδύναμη με

$$P_e(n, x) = \frac{1}{12\pi^2} \frac{\mu_e^4}{(\hbar c)^3} = \frac{\hbar c}{12\pi^2} (3\pi^2 x n)^{4/3}. \quad (4.33)$$

Κατά συνέπεια, η πίεση μετάβασης  $P_t$  στη περίπτωση του ΠΑ δίνεται από την εξίσωση

$$P_t^{FE}(n_t, x_t) = n_t^2 \left( \frac{\partial E_b}{\partial n} \right)_{n=n_t} + \frac{\hbar c}{12\pi^2} (3\pi^2 x_t n_t)^{4/3}. \quad (4.34)$$

Στη περίπτωση της ΠΠ, η χρήση της (4.28) με τον ορισμό (4.23) οδηγεί στο καθορισμό του ποσοστού πρωτονίων από την εξίσωση

$$4(1 - 2x)E_{\text{sym}}^{PA}(n) = \hbar c(3\pi^2 nx)^{1/3}. \quad (4.35)$$

Σε αυτή τη περίπτωση η πίεση μετάβασης  $P_t^{PA}$  δίνεται από τη σχέση [91]

$$\begin{aligned} P_t^{PA}(n_t, x_t) &= n_t^2 \left( \frac{dE_b(n, x = 0.5)}{dn} \right)_{n=n_t} \\ &+ n_t^2 \left( \frac{dE_{\text{sym}}^{PA}(n)}{dn} \right)_{n=n_t} (1 - 2x_t)^2 \\ &+ \frac{\hbar c}{12\pi^2} (3\pi^2 x_t n_t)^{4/3}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

## 4.2 Για τα πυρηνικά μοντέλα

Για την ανάλυση που ακολουθεί χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο *MDI*, το μοντέλο *Skyrme* και το μοντέλο *HLPS*.

Ειδικότερα, για το μοντέλο *MDI* αναφέρουμε ότι οι παράμετροι  $A$ ,  $B$ ,  $\sigma$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  και  $B'$  που εμφανίζονται στη περιγραφή της συμμετρικής πυρηνικής ύλης παίρνουν τις τιμές  $A = -46.65$ ,  $B = 39.45$ ,  $\sigma = 1.663$ ,  $C_1 = -83.84$ ,  $C_2 = 23$  και  $B' = 0.3$ . Οι τιμές αυτές καθορίζονται από την απαίτηση η εξίσωση (Α.1) να αναπαράγει την ενέργεια σύνδεσης  $E_b(n = n_s, I = 0) = -16$  MeV στη πυκνότητα κορεσμού  $n_s = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  και το μέτρο συμπίεσης να είναι  $K = 240$  MeV. Οι παράμετροι πεπερασμένης εμβέλειας είναι  $\Lambda_1 = 1.5k_F^0$  και  $\Lambda_2 = 3k_F^0$  με  $k_F^0$  να είναι η ορμή *Fermi* στη πυκνότητα κορεσμού  $n_s$ .

Επιπλέον, όσον αφορά το μοντέλο *HLPS* για τη παρούσα δουλειά χρησιμοποιήσαμε τις τιμές  $\gamma = 4/3$ ,  $a = 5.87$ ,  $\eta = 3.81$ , επίσης  $a_L = 1.3631$  με  $\eta_L = 0.7596$  (*soft* και *intermediate* KE) και  $a_L = 1.53148$  με  $\eta_L = 1.02084$  (*stiff* KE) [136].

### 4.3 Εφαρμογές στην αστροφυσική

Παρακάτω ακολουθούν κάποιες εφαρμογές της διεπαφής φλοιού-πυρήνα στην αστροφυσική. Πρώτον, παρέχουμε σχέσεις ανεξαρτήτος μοντέλου ανάμεσα στη μάζα του φλοιού και τη πίεση μετάβασης καθώς και της τελευταίας με τη κλίση της ενέργειας συμμετρίας. Δεύτερον, επικεντρώνουμε τη μελέτη μας στις επιδράσεις της πυκνότητας μετάβασης και της αντίστοιχης πίεσης πάνω (α) στις συχνότητες που παρέχονται από παρατηρήσεις ημιπεριοδικών ταλαντώσεων (*QPOs*), (β) στο χρόνο θερμικής αποκατάστασης της κρούστας κατά τη διαδικασία ψύξης ενός θερμού αστέρα νετρονίων, (γ) στο ποσοστό της ροπής αδρανείας που αντιστοιχεί στο φλοιό και στο πως το τελευταίο επιδρά στη δημιουργία ανωμαλιών περιστροφής αστέρων νετρονίων και (δ) στις συνθήκες για τις αστάθειες κατάστασης  $r$  περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων.

#### 4.3.1 Ακτίνα και μάζα του φλοιού

Η ακτίνα  $R_{crust}$  και η μάζα  $M_{crust}$  του φλοιού παίζουν σημαντικό ρόλο σε διάφορες ιδιότητες των αστέρων νετρονίων όπως θα δούμε παρακάτω. Επιπρόσθετα θα είναι χρήσιμο να βρούμε αναλυτικές προσεγγίσεις που συσχετίζουν τις παραπάνω ποσότητες τόσο με τις γενικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων όσο και με κάποιες λεπτομέρειες της ΚΕΣ των αστέρων νετρονίων, όταν αυτό είναι δυνατό. Σημείο έναρξης της προσπάθειάς μας είναι οι γνωστές εξισώσεις *TOV* που περιγράφουν τη δομή ενός αστέρα νετρονίων και έχουν τη μορφή:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{G\mathcal{E}(r)M(r)}{c^2 r^2} \left(1 + \frac{P(r)}{\mathcal{E}(r)}\right) \left(1 + \frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)c^2}\right) \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}\right)^{-1}, \quad (4.37)$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = \frac{4\pi r^2}{c^2} \mathcal{E}(r). \quad (4.38)$$

Πρόσφατα, οι *Zdunik et al.* [143] ξεκινώντας από την υπόθεση ότι ο όρος  $4\pi P(r)r^3/M(r)c^2$  είναι πολύ μικρός σε σχέση με τη μονάδα και χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$\frac{dP}{\mathcal{E} + P} = \frac{d\mu}{\mu} \quad (4.39)$$

όπου

$$\mu = \frac{\mathcal{E} + P}{n} \quad (4.40)$$

είναι το χημικό δυναμικό των βαρυονίων, βρήκαν πως η ακτίνα ενός τέτοιου αστέρα νετρονίων και οι αντίστοιχες τιμές για το φλοιό και τον πυρήνα του δίνονται από τις εκφράσεις

$$R = \frac{R_{core}}{1 - (h_t - 1)(R_{core}c^2/2GM - 1)}, \quad (4.41)$$

$$\frac{R_{crust}}{R} = \frac{(h_t - 1)(1 - 2\beta)}{h_t - 1 + 2\beta} \quad (4.42)$$

και

$$\frac{R_{core}}{R} = \frac{2\beta h_t}{h_t - 1 + 2\beta}. \quad (4.43)$$

Στις εξισώσεις (4.41)-(4.43) το  $\beta = GM/Rc^2$  είναι η παράμετρος συμπαγότητας (*compactness*) και το  $h_t$  ορίζεται ως

$$h_t = \left( \frac{\mu_t}{\mu_0} \right)^2, \quad (4.44)$$

όπου  $\mu_t$  και  $\mu_0$  είναι τα χημικά δυναμικά στο σύνορο φλοιού-πυρήνα και στην επιφάνεια αντίστοιχα. Για τη πυκνότητα μετάβασης ισχύει  $\mathcal{E}_t \gg P_t$  και κατά συνέπεια η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή

$$h_t \simeq \frac{1}{\mu_0^2} \left( \frac{\mathcal{E}_t}{n_t} \right)^2. \quad (4.45)$$

Για τη παρούσα δουλειά θεωρούμε ότι  $\mu_0 = 930.4$  MeV [5]. Σύμφωνα με τις (4.41) και (4.42) η επίδραση της ΚΕΣ ενσωματώνεται έμμεσα μέσω της παραμέτρου  $\beta$  και της ακτίνας  $R$  ενώ γίνεται άμεσα μέσα από το παράγοντα  $h_t$  που σχετίζεται με την ενέργεια ανά σωματίο της ύλης ενός αστέρα νετρονίων στη πυκνότητα μετάβασης. Αξίζει να σημειωθεί ότι παρόμοια έκφραση έχει βρεθεί από τους *Lattimer et al.* [9] αντικαθιστώντας τη ποσότητα  $h_t$  με  $\mathcal{H}$  όπου

$$\mathcal{H} = e^{2(\mu_t - \mu_0)/m_b c^2}.$$

Είναι εμφανές ότι για  $(\mu_t/\mu_0)^2 - 1 \ll 1$  οι δύο προσεγγίσεις συμπίπτουν. Παρακάτω θα χρησιμοποιήσουμε τις προσεγγίσεις (4.42) και (4.43).

Στη συνέχεια, θα παράγουμε μια προσεγγιστική έκφραση για την  $M_{crust}$  (βλέπε [143]). Πρώτα απαλείφουμε τον όρο  $4\pi P(r)r^3/M(r)c^2$  στη πρώτη από τις εξισώσεις TOV, αφού είναι τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερος της μονάδας στη περιοχή από το σύνορο φλοιού-πυρήνα μέχρι την επιφάνεια. Θεωρούμε επίσης ότι ισχύει  $r \simeq R_{core}$ , πράγμα το οποίο εισάγει ένα σφάλμα έως 10% (το οποίο εμφανίζεται κοντά στην επιφάνεια) και κύρια για χαμηλές τιμές μαζών αστέρων νετρονίων. Αναφέροντας όλα τα παραπάνω ο συνδυασμός των εξισώσεων TOV οδηγεί στην εξίσωση

$$\frac{dP(r)}{dM(r)} = - \frac{GM(r)}{4\pi R_{core}^4 (1 - 2GM(r)/R_{core}c^2)} \quad (4.46)$$

και ολοκληρώνοντας από τη περιοχή φλοιού-πυρήνα μέχρι την επιφάνεια προκύπτει

$$\int_{P_t}^0 dP = - \frac{c^4}{4\pi R_{core}^2 G} \int_{x_t}^{x_s} \frac{x}{1 - 2x} dx, \quad x \equiv x(r) = \frac{GM(r)}{R_{core}c^2}. \quad (4.47)$$

Η αναλυτική τιμή του ολοκληρώματος είναι

$$\int_{x_t}^{x_s} \frac{x}{1 - 2x} dx = \frac{1}{4} \left[ 2(x_t - x_s) + \ln \left( \frac{1 - 2x_t}{1 - 2x_s} \right) \right],$$

$$x_t = \frac{GM_{core}}{R_{core}c^2}, \quad x_s = \frac{GM}{R_{core}c^2}. \quad (4.48)$$

Κάνοντας κάποιες επιπλέον αλγεβρικές πράξεις παίρνουμε

$$P_t = \frac{c^4}{16\pi R_{core}^2 G} \left[ -\frac{2M_{crust}\beta_{core}}{M_{core}} - \ln \left( 1 - \frac{2M_{crust}\beta_{core}/M_{core}}{1 - 2\beta_{core}} \right) \right] \quad (4.49)$$

όπου  $\beta_{core} = GM_{core}/R_{core}c^2$ . Η παραπάνω προσέγγιση συσχετίζει τη μικροσκοπική ποσότητα  $P_t$  με τα μακροσκοπικά μεγέθη  $M_{core}$ ,  $M_{crust}$ ,  $R_{core}$  και κατά συνέπεια μόνο έμμεσα εξαρτάται από τη ΚΕ. Ο παρατηρήσιμος καθορισμός των προαναφερθέντων μακροσκοπικών μεγεθών θα μπορέσει να βάλει περιορισμούς στις τιμές της  $P_t$  με αποτέλεσμα αυτό να εκφραστεί και στη ΚΕ αλλά και σε πυκνότητες κάτω από τη πυκνότητα κορεσμού. Για να μπορέσουμε να προχωρήσουμε παρακάτω θεωρούμε ότι

$$a = \frac{2M_{crust}\beta_{core}/M_{core}}{1 - 2\beta_{core}} \ll 1$$

και αξιοποιούμε τη προσέγγιση

$$\ln(1 - a) = -a - \frac{a^2}{2} + O(a^3). \quad (4.50)$$

Σε αυτή τη περίπτωση, η πίεση μετάβασης δίνεται από τη προσεγγιστική σχέση

$$P_t = \frac{GM_{crust}M_{core}}{4\pi R_{core}^4(1 - 2\beta_{core})} \left( 1 + \frac{M_{crust}/M_{core}}{2(1 - 2\beta_{core})} \right), \quad (4.51)$$

και για αυτό το λόγο έχουμε

$$M_{crust} = M_{core} \left( 1 - \frac{2GM_{core}}{R_{core}c^2} \right) \left( \sqrt{\frac{8\pi R_{core}^4 P_t}{GM_{core}^2} + 1} - 1 \right). \quad (4.52)$$

Επίσης, θεωρώντας ότι

$$\frac{8\pi R_{core}^4 P_t}{GM_{core}^2} \ll 1$$

παίρνουμε

$$\sqrt{\frac{8\pi R_{core}^4 P_t}{GM_{core}^2} + 1} \simeq 1 + \frac{1}{2} \frac{8\pi R_{core}^4 P_t}{GM_{core}^2} \quad (4.53)$$

και τελικά βρίσκουμε ότι

$$M_{crust} = \frac{4\pi P_t R_{core}^4}{GM_{core}} \left( 1 - \frac{2GM_{core}}{R_{core}c^2} \right). \quad (4.54)$$

Στη πραγματικότητα, η (4.54) έχει ήδη δοθεί από τους *Zdunik et al.* [143]. Οφείλουμε επίσης να υποδείξουμε ότι παρόμοια σχέση έχει παραχθεί από τους *Pethick* και *Ravenhall* [69]. Πιο συγκεκριμένα, παρουσίασαν τη παρακάτω σχέση

$$M_{crust} \simeq \frac{4\pi P_t R^4}{GM} \left( 1 - \frac{2GM}{Rc^2} \right).$$

Πρόσφατα, οι *Baym et al.* [144], ακολουθώντας παρόμοιο τρόπο, οδηγήθηκαν στη προσέγγιση

$$M_{crust} \simeq \frac{2\pi P_t R_{core}^4}{GM_{core}} \left( 1 - \frac{2GM_{core}}{R_{core}c^2} \right),$$

η οποία είναι το μισό της τιμής της σχέσης των *Zdunik et al.* [143]. Επίσης, είναι αξιοσημείωτο να αναφερθεί ότι η προσέγγιση που έχει βρεθεί στην [145] όπου οι συγγραφείς ακολουθούν τις ίδιες υποθέσεις για τη στέρεη κρούστα αλλά θεωρώντας μια συγκεκριμένη ΚΕ, π.χ. τη λεγόμενη πολυτροπική  $P(\mathcal{E}) = K\mathcal{E}^{4/3}$ , έλαβαν πολύ απλές αναλυτικές εκφράσεις για τη ροπή αδράνειας του φλοιού καθώς και για τη μάζα της. Στη δουλειά τους η μάζα του φλοιού δίνεται από τη σχέση [145]

$$M_{cr} \approx 8\pi R_{core}^3 P_t \left( \frac{R_{core}}{R_s} - 1 \right) \left[ 1 + \frac{32}{5} \left( \frac{R_{core}}{R_s} - \frac{3}{4} \right) \frac{P_t}{\mathcal{E}_t} + \dots \right], \quad (4.55)$$

όπου  $R_s = 2GM/c^2$ . Είναι προφανές πως οι όροι πρώτης τάξης των (4.52) και (4.55) συμπίπτουν.

Προχωράμε παρακάτω θεωρώντας την ακριβή προσέγγιση

$$P_t = \frac{GM_{crust}M_{core}}{4\pi R_{core}^4(1 - 2\beta_{core})}, \quad (4.56)$$

όπως και τις εμπειρικές υποθέσεις  $M_{crust} \simeq (0.02 - 0.03)M_\odot$ ,  $M_{core} = M$ ,  $R_{core} = 0.9R$  που ισχύουν για έναν αστέρα νετρονίων με μάζα  $M = 1.4 M_\odot$ . Σε αυτή την περίπτωση, υποθέτοντας επίσης ότι η αντίστοιχη ακτίνα βρίσκεται στο διάστημα  $11 \text{ km} \leq R_{1.4} \leq 14 \text{ km}$ , βρίσκουμε την ημιαναλυτική σχέση

$$P_t = \left( \frac{C_t(1.4M_\odot)}{R_{1.4}} \right)^4 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}, \quad (4.57)$$

όπου

$$C_t(1.4M_\odot) = 10.25 \pm 0.71 \text{ km}.$$

Συμπεραίνουμε ότι όσο πιο μεγάλες είναι οι τιμές από τις παρατηρήσεις για την  $R_{1.4}$  τόσο πιο μεγάλη είναι η ακρίβεια για το καθορισμό της  $P_t$ . Επιπλέον, ο συνδυασμός της σχέσης (4.57) με την εμπειρική πρόβλεψη των *Lattimer* και *Prakash* [14],

$$P(n_s) = \left( \frac{R_{1.4}}{C_s(n_s, 1.4M_\odot)} \right)^4 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}, \quad (4.58)$$

$$C_s(n_s, 1.4M_\odot) = 9.52 \pm 0.49 \text{ km}$$

όπου  $P(n_s)$  είναι η πίεση της ύλης του αστέρα νετρονίων στη πυκνότητα κορεσμού, βοηθά να περιοριστεί η ΚΕ σε πυκνότητες κάτω από τη πυκνότητα

κορεσμού. Υποθέτοντας ότι στη πυκνότητα κορεσμού  $n_s$ , κατά καλή προσέγγιση, η πίεση δίνεται από την [9]

$$P(n_s) = n_s^2 \left( \frac{dE_{sym}(n)}{dn} \right)_{n=n_s} (1 - 2x)^2 + n_s x (1 - 2x) E_{sym}(n_s), \quad (4.59)$$

όπου το ποσοστό πρωτονίων είναι  $x \simeq (4E_{sym}(n_s)/\hbar c)^3 / (3\pi^2 n_s)$  και επίσης  $E_{sym}(n_s) \simeq 30 \text{ MeV}$ . Οπότε μετά από αλγεβρικές πράξεις βρίσκουμε την έκφραση

$$P(n_s) \simeq \left( \frac{n_s L}{3} C_s \right) \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}, \quad C_s = 0.90 \pm 0.05. \quad (4.60)$$

Τελικά, συνδυάζοντας τις (4.57), (4.58) και (4.60), διώχνοντας την ακτίνα  $R_{1.4}$  και παίρνοντας υπόψη ότι  $n_s \simeq 0.16 \text{ fm}^{-3}$  βρίσκουμε ότι

$$P_t = \left( \frac{C_L}{L} \right) \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}, \quad C_L = 32.08 \pm 15.80 \text{ MeV}, \quad (4.61)$$

με την  $L$  να δίνεται σε  $\text{MeV}$ . Αξίζει να σημειωθεί ότι η εξίσωση (4.61) έχει κατασκευαστεί έτσι ώστε να μην εξαρτάται από κάποιο μοντέλο χρησιμοποιώντας μόνο τις εξισώσεις TOV και την εμπειρική σχέση (4.58). Η (4.61) φτιάχτηκε θεωρώντας ότι η τιμή της ενέργειας συμμετρίας στη πυκνότητα κορεσμού είναι σταθερή, π.χ.  $E_{sym}(n_s) = 30 \text{ MeV}$ . Όμως στη περίπτωση όπου η  $L$  και η  $E_{sym}(n_s)$  μεταβάλλονται, η εξάρτηση της  $P_t$  από την  $L$  μπορεί να εμφανίσουν διαφορετική συμπεριφορά, όπως έχει βρεθεί για παράδειγμα στην [146]. Σύμφωνα με την (4.61) η *stiffness* της ΚΕς δρα ενάντια στη στερεοποίηση (*solidification*) της πυρηνικής ύλης παρέχοντας τόσο τη θεωρητική συμφωνία όσο και την ερμηνεία με προηγούμενα αποτελέσματα [85, 115, 147, 148]. Αν και η αβεβαιότητα στη σχέση (4.61) είναι σχετικά υψηλή, η παρουσιαζόμενη συσχέτιση  $P_t - L$  είναι ποιοτικά σωστή.

### 4.3.2 Συχνότητες ταλάντωσης αστέρων νετρονίων

Πληροφορίες για τις ακτίνες μπορούν να μας παρέχουν παρατηρήσεις ημiperiodικών ταλαντώσεων από εκπομπές ακτίνων X που προκαλούνται πιθανότατα από την τοροειδή δόνηση της κρούστας ενός αστέρα νετρονίων (για περισσότερα βλέπε [9]). Στη συνέχεια, θεωρώντας τη προσέγγιση  $v_r \simeq v_t$  (όπου  $v_r$  και  $v_t$  είναι η μέση ακτινική και εγκάρσια διατμητική ταχύτητα (*transverse shear speed*) αντίστοιχα) οι συγγραφείς στην [103] βρήκαν απλές σχέσεις για τις συχνότητες. Πιο συγκεκριμένα, οι συχνότητες των θεμελιωδών και ανώτερων καταστάσεων μπορούν να δοθούν από τις

$$f_{n=0, l=2} \simeq 263.3 \left( \frac{\text{km}}{R} \right) \sqrt{\frac{(h_t - 1 + 2\beta)(1 - 2\beta)}{\beta h_t}} \text{ Hz}, \quad (4.62)$$

$$f_{n>0} \simeq 1170n \left( \frac{\text{km}}{R} \right) \frac{h_t - 1 + 2\beta}{h_t - 1} \text{ Hz}. \quad (4.63)$$



Είναι προφανές πως αν μετρήσουμε παραπάνω από μία συχνότητες οι τελευταίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να ταυτοποιηθούν οι  $R$  και  $\beta$  ως συναρτήσεις της ποσότητας  $h_t$  [9]. Επιπρόσθετα, αν απαλείψουμε την  $R$  από τις (4.62) και (4.63), μπορεί να βρεθεί η εξάρτηση  $\beta \equiv \beta(h_t)$ .

### 4.3.3 Χρόνος θερμικής αποκατάστασης του φλοιού

Η ψύξη του πυρήνα ενός πρώιμου αστέρα νετρονίων (*proton-neutron star*), με βάση την αποδεκτή θεωρία, προκαλείται από εκπομπή νετρίνων. Κατά τη διαδικασία ψύξης ο αστέρας δε βρίσκεται σε θερμική ισορροπία λόγω του μεγάλου χρόνου θερμικής αποκατάστασης του φλοιού. Αναμένεται ο χρόνος αποκατάστασης να είναι της τάξης των 10-100 ετών [9]. Μετά από αυτό το χρονικό διάστημα η επιφάνεια έρχεται σε θερμική ισορροπία με το πυρήνα. Στη πραγματικότητα, αυτό συνδέεται με την ειδική θερμότητα και τη θερμική αγωγιμότητα του φλοιού καθώς και με την ακτίνα του φλοιού. Βρέθηκε ότι ο  $t_w$  δίνεται από την απλή έκφραση [9, 105]

$$t_w = at_1 \text{ (yr)}, \quad a \equiv \left( \frac{R_{\text{crust}}}{\text{km}} \right)^2 (1 - 2MG/Rc^2)^{-3/2}, \quad (4.64)$$

όπου  $t_1$  είναι ο κανονικοποιημένος χρόνος αποκατάστασης ο οποίος εξαρτάται αποκλειστικά από τις μακροσκοπικές ιδιότητες της πυρηνικής ύλης συμπεριλαμβανομένης της θερμικής αγωγιμότητας και της θερμικής χωρητικότητας (*heat capacity*) [105]. Για παράδειγμα, για περιπτώσεις μη υπέρρευστων (*superfluid*) αστέρων και τη πυκνότητα μετάβασης  $n_t = 0.5n_0 = 0.08 \text{ fm}^{-3}$ , οι *Gnedin et al.* [105] πρότειναν τις τιμές  $t_1 = 28 \pm 0.2 \text{ yr}$  για το μοντέλο ταχείας ψύξης και  $t_1 = 22.9 \pm 1.2 \text{ yr}$  για τα μοντέλα βραδείας ψύξης. Στη πραγματικότητα οι επιδράσεις της διεπαφής φλοιού-πυρήνα εισάγονται μέσω της τιμής της ακτίνας του φλοιού. Προφανώς, όπως έχει ήδη αναφερθεί στην [106] αν η ακτίνα του φλοιού μπορεί να συνδεθεί με τις συνολικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων  $M$  και  $R$ , τότε μπορούν να εξαχθούν χρήσιμες πληροφορίες για τη δομή των αστέρων νετρονίων από παρατηρήσεις ψύξης της επιφάνειας.

### 4.3.4 Ροπή αδράνειας του φλοιού και ανωμαλίες περιστροφής παλμιτών

Τα ανωμαλίες περιστροφής των παλμιτών (*pulsar glitches*) αποτελούν ξαφνικές ασυνέχειες κατά τη μετάβαση σε χαμηλότερους ρυθμούς ταχύτητας περιστροφής (*spin - down*) τους (δείτε περισσότερα στην [100]). Σύμφωνα με το επικρατέστερο σενάριο προκαλούνται λόγω μεταφορά στροφορμής από την υπέρρευστη συνιστώσα του φλοιού προς τη μη υπέρρευστη [101]. Οι *Link et al.* έδειξαν ότι οι ανωμαλίες περιστροφής αναπαριστούν μια αυτορυθμιζόμενη αστάθεια για την οποία το αστέρι προετοιμάζεται για ένα χρονικό διάστημα αναμονής. Για παράδειγμα στη περίπτωση του παλμίτη *Vela* οι παρατηρούμενες ανωμαλίες υποδεικνύουν ότι η ροπή αδράνειας του φλοιού πρέπει να

είναι τουλάχιστον 1.4% της συνολικής ροπής αδράνειας (αν και υπάρχουν και άλλοι τρόποι να εξηγηθεί το φαινόμενο). Συνεπώς, αν οι ανωμαλίες περιστροφής προέρχονται από το ρευστό στο εσωτερικό του φλοιού, τότε προκύπτει ότι  $I_{crust}/I > 0.014$ .

Το ποσοστό της ροπής αδράνειας  $I_{crust}/I$ , που αντιστοιχεί στο φλοιό, μπορεί να εκφραστεί ως μια συνάρτηση της ολικής μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  με τη μόνη εξάρτηση από την ΚΕ να προκύπτει από τις τιμές των  $P_t$  και  $n_t$ . Στη πραγματικότητα, η κύρια εξάρτηση μπαίνει από την τιμή της  $P_t$ , αφού η  $n_t$  εισάγεται ως μια διόρθωση σύμφωνα με την ακόλουθη προσεγγιστική σχέση [8]

$$\frac{I_{crust}}{I} \simeq \frac{28\pi P_t R^3 (1 - 1.67\beta - 0.6\beta^2)}{3Mc^2 \beta} \times \left(1 + \frac{2P_t}{n_t mc^2} \frac{(1 + 5\beta - 14\beta^2)}{\beta^2}\right)^{-1}. \quad (4.65)$$

Το παραπάνω ποσοστό έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον αφού μπορεί κανείς να βγάλει συμπεράσματα με βάση παρατηρήσεις των ανωμαλιών περιστροφής, αυτές τις περιστασιακές διακοπές των κατά τα άλλα εξαιρετικά κανονικών παλμών από μαγνητισμένους, περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων [85]. Πιο πρόσφατα οι συγγραφείς στις αναφορές [149, 150], θεωρώντας τη συλλογή υπέρρευστων νετρονίων στο φλοιό, βρήκαν πως το ελάχιστο όριο του  $I_{crust}/I$  πρέπει να είναι μεγαλύτερο του 0.07, ώστε να μπορούν να εξηγηθούν οι ανωμαλίες περιστροφής. Επιπρόσθετα, ο *Link* [151], ο οποίος ασχολήθηκε με περισσότερη λεπτομέρεια γύρω από τη σύνδεση της ροπής αδράνειας του φλοιού και του πυρήνα, συμπέρανε πως θα πρέπει κανείς να αναμένει να βρει χαμηλές τιμές του  $I_{crust}/I$ . Οι συγγραφείς στην αναφορά [152] κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η ροπή αδράνειας των υπέρρευστων νετρονίων στο φλοιό είναι αρκετά μεγάλη έτσι ώστε τα μοντέλα των ανωμαλιών περιστροφής που βασίζονται στα υπέρρευστα νετρόνια στον εσωτερικό φλοιό να μην αποκλείονται. Η παραπάνω σύντομη συζήτηση αναδεικνύει την αναγκαιότητα περαιτέρω παρατηρησιακής και θεωρητικής δουλειάς ώστε να λυθεί το πρόβλημα των ανωμαλιών περιστροφής. Σε κάθε περίπτωση, θα έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον να μελετηθούν οι επιδράσεις της πυκνότητας μετάβασης και της αντίστοιχης πίεσης πάνω στο ποσοστό  $I_{crust}/I$  συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με βάση τόσο τη δυναμική όσο και τη θερμοδυναμική μέθοδο. Από τη στιγμή που το ποσοστό  $I_{crust}/I$  είναι ευαίσθητο στην  $n_t$  αλλά κυρίως στην  $P_t$ , χρήσιμοι περιορισμοί για την ΚΕ γύρω από τη περιοχή ανάμεσα στο φλοιό και τον πυρήνα μπορούν να εξαχθούν από μελλοντικές παρατηρήσεις των ανωμαλιών περιστροφής παλμιτών.

#### 4.3.5 Αστάθεια κατάστασης $r$ περιστρεφόμενου αστέρα νετρονίων

Οι καταστάσεις  $r$  είναι ταλαντώσεις των αστέρων νετρονίων, των οποίων η δύναμη επαναφοράς είναι η δύναμη *Coriolis* [107–114]. Η καθοδηγούμενη από

τη βαρυτική ακτινοβολία αστάθεια αυτών των καταστάσεων έχει προταθεί ως μια εξήγηση για τις παρατηρούμενες σχετικά χαμηλές συχνότητες περιστροφής νεαρών αστέρων νετρονίων καθώς και σε περιπτώσεις αστέρων νετρονίων που προσαιζάνουν τη μάζα τους σε διπλά συστήματα ακτίνων X με χαμηλές μάζες. Αυτή η αστάθεια μπορεί να συμβεί μόνο όταν η χρονική κλίμακα που σχετίζεται με τη βαρυτική ακτινοβολία της κατάστασης  $r$  είναι μικρότερη από τις αντίστοιχες των διαφόρων μηχανισμών διάχυσης (*dissipation mechanisms*) που μπορεί να εμφανιστούν στο εσωτερικό του αστέρα νετρονίων.

Η πυρηνική ΚΕ επηρεάζει τις χρονικές κλίμακες που σχετίζονται με τη κατάσταση  $r$  με δύο διαφορετικούς τρόπους. Πρώτον, η ΚΕ ορίζει την ακτινική εξάρτηση της κατανομής της πυκνότητας μάζας  $\rho(r)$ , η οποία αποτελεί βασικό συστατικό των σχετικών ολοκληρωμάτων. Δεύτερον, καθορίζει τη πυκνότητα μετάβασης πυρήνα - φλοιού  $\rho_t$  καθώς και την ακτίνα του πυρήνα  $R_{core}$  που είναι το άνω όριο των προαναφερθέντων ολοκληρωμάτων.

Η κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα  $\Omega_c$ , πάνω από την οποία η κατάσταση  $r$  είναι ασταθής (για  $m = 2$ ), δίνεται από τη σχέση [107]

$$\frac{\Omega_c}{\Omega_0} = \left( -\frac{\tilde{\tau}_{GR}}{\tilde{\tau}_v} \right)^{2/11} \left( \frac{10^8 \text{ K}}{T} \right)^{2/11}, \quad (4.66)$$

όπου  $\Omega_0 = \sqrt{\pi G \bar{\rho}}$ ,  $\bar{\rho} = 3M/4\pi R^3$  είναι η μέση πυκνότητα του αστέρα,  $T$  η θερμοκρασία, ενώ  $\tilde{\tau}_{GR}$  και  $\tilde{\tau}_v$  είναι η χρονική κλίμακα αναφοράς βαρυτικής ακτινοβολίας (*fiducial gravitational radiation time scale*) και η χρονική κλίμακα αναφοράς ιξώδους (*fiducial viscous time scale*) αντίστοιχα. Οι δύο τελευταίες ορίζονται αντίστοιχα από τις παρακάτω εκφράσεις (για αυθαίρετη τιμή του  $m$ )

$$\tau_{GR} = \tilde{\tau}_{GR} \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^{2m+2}, \quad (4.67)$$

$$\tau_v = \tilde{\tau}_v \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^{1/2} \left( \frac{T}{10^8 \text{ K}} \right). \quad (4.68)$$

Η χρονική κλίμακα βαρυτικής ακτινοβολίας  $\tau_{GR}$  δίνεται από την [107]

$$\frac{1}{\tau_{GR}} = - \frac{32\pi G \Omega^{2m+2}}{c^{2m+3}} \frac{(m-1)^{2m}}{[(2m+1)!!]^2} \times \left( \frac{m+2}{m+1} \right)^{2m+2} \int_0^{R_{core}} \rho(r) r^{2m+2} dr. \quad (4.69)$$

Η χρονική κλίμακα εξασθένισης *damping*  $\tau_v$  λόγω της διάχυσης του ιξώδους (*viscous dissipation*) στο συνοριακό στρώμα του τελείως άκαμπτου φλοιού και του ρευστού πυρήνα δίνεται από τη σχέση [107]

$$\tau_v = \frac{1}{2\Omega} \frac{2^{m+3/2} (m+1)!}{m(2m+1)!! \mathcal{I}_m} \sqrt{\frac{2\Omega R_{core}^2 \rho_t}{\eta_t}} \times \int_0^{R_{core}} \frac{\rho(r)}{\rho_t} \left( \frac{r}{R_{core}} \right)^{2m+2} \frac{dr}{R_{core}}. \quad (4.70)$$

$\Omega$  είναι η γωνιακή ταχύτητα του αδιατάραχτου αστέρα,  $\rho(r)$  είναι η ακτινική εξάρτηση της πυκνότητας μάζας του αστέρα νετρονίων, τα  $R_{core}$ ,  $\rho_t$  και  $\eta_t$  είναι η ακτίνα, η πυκνότητα και το ιξώδες του ρευστού στο εξωτερικό άκρο του πυρήνα αντίστοιχα. Σε ψυχρότερους αστέρες νετρονίων (με θερμοκρασίες κάτω των  $10^9$  K) το διατμητικό ιξώδες (*shear viscosity*) αναμένεται να "επισκιαστεί" από τη σκέδαση ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου. Το ιξώδες που σχετίζεται με αυτή τη διαδικασία δίνεται από τη σχέση [107]

$$\eta_{ee} = 6.0 \times 10^6 \rho^2 T^{-2} \quad (\text{g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}), \quad (4.71)$$

όπου όλες οι ποσότητες δίνονται στο σύστημα μονάδων cgs και η θερμοκρασία μετριέται σε K. Για θερμοκρασίες άνω των  $10^9$  K, η σκέδαση νετρονίου-νετρονίου κυριαρχεί ως μηχανισμός διάχυσης (*dissipation mechanism*). Σε αυτή τη περίπτωση το ιξώδες δίνεται από [107]

$$\eta_{nn} = 347 \rho^{9/4} T^{-2}, \quad (\text{g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}). \quad (4.72)$$

Εδώ εμείς θεωρούμε τη περίπτωση της κατάστασης  $r$  με  $m = 2$  και επίσης, δε συμπεριλαμβάνουμε επιδράσεις του ολικού ιξώδους (*bulk viscosity*) αφού για  $T \leq 10^{10}$  K δεν είναι σημαντικές. Έχει ήδη βρεθεί ότι η χρονική κλίμακα  $\tilde{\tau}_{GR}$  παίρνει τη μορφή [115]

$$\tilde{\tau}_{GR} = -0.7429 \left( \frac{R}{\text{km}} \right)^9 \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right)^3 [I(R_c)]^{-1} \text{ (s)}, \quad (4.73)$$

όπου

$$I(R_c) = \int_0^{R_{core}} \left( \frac{\epsilon(r)}{\text{MeV fm}^{-3}} \right) \left( \frac{r}{\text{km}} \right)^6 d \left( \frac{r}{\text{km}} \right). \quad (4.74)$$

Το ολοκλήρωμα  $I(R_c)$  είναι το βασικό αντικείμενο μελέτης των καταστάσεων  $r$  [115]. Ο χρόνος αναφοράς ιξώδους  $\tilde{\tau}_v$ , μετά από κάποιες αλγεβρικές πράξεις, γράφεται για τις περιπτώσεις του ιξώδους λόγω σκέδασης  $e^- - e^-$  και  $n - n$  αντίστοιχα,

$$\tilde{\tau}_{ee} = 10.8386 \left( \frac{R}{\text{km}} \right)^{3/4} \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right)^{1/4} \left( \frac{\text{km}}{R_c} \right)^6 \left( \frac{\text{MeV fm}^{-3}}{\mathcal{E}_t} \right)^{3/2} I(R_c), \quad (4.75)$$

$$\tilde{\tau}_{nn} = 41.904 \left( \frac{R}{\text{km}} \right)^{3/4} \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right)^{1/4} \left( \frac{\text{km}}{R_c} \right)^6 \left( \frac{\text{MeV fm}^{-3}}{\mathcal{E}_t} \right)^{13/8} I(R_c), \quad (4.76)$$

με τους χρόνους αναφοράς να μετρούνται σε s. Οι αντίστοιχες κρίσιμες γωνιακές ταχύτητες  $\Omega_c$  δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \Omega_c^{ee} &= 1.9377 \cdot 10^5 \left( \frac{R_c}{\text{km}} \right)^{12/11} \left( \frac{\mathcal{E}_t}{\text{MeV fm}^{-3}} \right)^{3/11} \\ &\times [I(R_c)]^{-4/11} \left( \frac{10^8 \text{ K}}{T} \right)^{2/11} \text{ (s}^{-1}\text{)} \end{aligned} \quad (4.77)$$

και

$$\begin{aligned}\Omega_c^{nn} &= 0.930515 \cdot 10^5 \left(\frac{R_c}{\text{km}}\right)^{12/11} \left(\frac{\mathcal{E}_t}{\text{MeV fm}^{-3}}\right)^{13/44} \\ &\times [I(R_c)]^{-4/11} \left(\frac{10^8 \text{ K}}{T}\right)^{2/11} \text{ (s}^{-1}\text{)}.\end{aligned}\quad (4.78)$$

Στη συνέχεια, θεωρούμε, κατά καλή προσέγγιση, την αναλυτική λύση *Tolman VII* που μας δίνει τη παρακάτω σχέση για τη πυκνότητα ενέργειας ενός αστέρα νετρονίων,

$$\mathcal{E}(r) = \frac{15Mc^2}{8\pi R^3} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right). \quad (4.79)$$

Παρά την απλότητά της, η προαναφερθείσα κατανομή αναπαράγει με πολύ καλή ακρίβεια διάφορες ιδιότητες των αστέρων νετρονίων συμπεριλαμβανομένων των ενέργειας σύνδεσης και ροπής αδράνειας ενώ την ίδια ώρα βρίσκεται σε συμφωνία με ρεαλιστικές ΚΕς για αστέρες νετρονίων με μάζες  $M > 1M_\odot$  [14, 153]. Επιπρόσθετα, η λύση *Tolman VII* έχει τη σωστή συμπεριφορά όχι μόνο στα όρια  $r = 0$  και  $r = R$  αλλά και στην ενδιάμεση περιοχή (δείτε το Σχήμα 5 στην [14]). Παρακάτω θα χρησιμοποιήσουμε τη λύση *Tolman VII* με σκοπό να παρέχουμε κάποιες αναλυτικές εκφράσεις για τους χρόνους αναφοράς και τη κρίσιμη θερμοκρασία, έχοντας στο νου δύο λόγους: (α) πρώτον να εκθέσουμε το ρόλο που παίζει η περιοχή φλοιού-πυρήνα και (β) δεύτερον να παρέχουμε αναλυτικές εκφράσεις, όπως προαναφέραμε, που μπορεί κανείς εύκολα να χειριστεί και να χρησιμοποιήσει για τη μελέτη των περιοχών αστάθειας των καταστάσεων  $r$ . Έτσι, το ολοκλήρωμα  $I(R_c)$  παίρνει την αναλυτική μορφή

$$I(R_c) = 10583.45 \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{R_{core}}{\text{km}}\right)^4 \left(\frac{R_{core}}{R}\right)^3 \left(9 - 7\left(\frac{R_{core}}{R}\right)^2\right). \quad (4.80)$$

Η παραπάνω προσέγγιση είναι αρκετά ακριβής (4% απόκλιση για  $M = 1.4M_\odot$  και λιγότερο από 1% για  $M \geq 1.7M_\odot$ ). Μπορεί να βρεθεί εύκολα ότι με χρήση των λύσεων *Tolman VII* προκύπτει

$$M_{core} = \frac{5M}{2} \left(\frac{R_{core}}{R}\right)^3 \left[1 - \frac{3}{5} \left(\frac{R_{core}}{R}\right)^2\right]. \quad (4.81)$$

Επιπλέον, αξιοποιώντας τη προσέγγιση (4.43) έχουμε

$$M_{core} = \frac{5M}{2} \left(\frac{2\beta h_t}{h_t - 1 + 2\beta}\right)^3 \left[1 - \frac{3}{5} \left(\frac{2\beta h_t}{h_t - 1 + 2\beta}\right)^2\right]. \quad (4.82)$$

Αυτή η προσέγγιση είναι επίσης αρκετά ακριβής (4% απόκλιση για  $M = 1.4M_\odot$  και λιγότερο από 1% για  $M \geq 1.7M_\odot$ ). Όμως, αποτυγχάνει στην αναπαράγωγή της μάζας του φλοιού  $M_{crust}$  με την απαιτούμενη ακρίβεια.

Απο τη στιγμή που οι χρονικές κλίμακες αναφοράς (καθώς και η κρίσιμη στροφορμή) είναι συναρτησιακά εξαρτημένα από το ολοκλήρωμα  $I(R_c)$  μπορούμε να παράγουμε αναλυτικές λύσεις, αντικαθιστώντας την τιμή του από την εξίσωση (4.80). Σε αυτή τη περίπτωση ο χρόνος αναφοράς  $\tilde{\tau}_{GR}$  παίρνει τη μορφή

$$\tilde{\tau}_{GR} = -7 \cdot 10^{-5} \left( \frac{R}{R_{core}} \right)^7 \left( \frac{R}{\text{km}} \right)^5 \left( \frac{M_\odot}{M} \right)^4 \left( 9 - 7 \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^2 \right)^{-1}. \quad (4.83)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι στη πυκνότητα μετάβασης ισχύει  $P_t \ll \mathcal{E}_t$  και επιπρόσθετα  $\mu_t \simeq \mathcal{E}_t/n_t$ , καταλήγουμε στη σχέση

$$\mathcal{E}_t \simeq \mu_0 n_t \sqrt{h_t}. \quad (4.84)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω προσέγγιση οι χρονικές κλίμακες  $\tilde{\tau}_{ee}$  και  $\tilde{\tau}_{nn}$  γράφονται αντιστοίχως ως εξής:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{ee} &= 4.042 \left( \frac{\text{fm}^{-3}}{n_t} \right)^{3/2} \frac{1}{h_t^{3/4}} \left( \frac{R_{core}}{R} \right) \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{3/4} \\ &\times \left( \frac{\text{km}}{R} \right)^{5/4} \left( 9 - 7 \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^2 \right), \end{aligned} \quad (4.85)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{nn} &= 6.65 \left( \frac{\text{fm}^{-3}}{n_t} \right)^{13/8} \frac{1}{h_t^{13/16}} \left( \frac{R_{core}}{R} \right) \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{3/4} \\ &\times \left( \frac{\text{km}}{R} \right)^{5/4} \left( 9 - 7 \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (4.86)$$

Αξίζει επίσης να παρουσιασθούν και οι ακόλουθες αναλυτικές εκφράσεις για τις κρίσιμες συχνότητες:

$$\begin{aligned} \Omega_c^{ee} &= 4.298 \times 10^4 \left( \frac{n_t}{\text{fm}^{-3}} \right)^{3/11} h_t^{3/22} \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^{-16/11} \left( \frac{\text{km}}{R} \right)^{4/11} \left( \frac{M_\odot}{M} \right)^{4/11} \\ &\times \left( 9 - 7 \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^2 \right)^{-4/11} \left( \frac{10^8 \text{ K}}{T} \right)^{2/11} \text{ (s}^{-1}\text{)}, \end{aligned} \quad (4.87)$$

$$\begin{aligned} \Omega_c^{nn} &= 3.926 \times 10^4 \left( \frac{n_t}{\text{fm}^{-3}} \right)^{13/44} h_t^{13/88} \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^{-16/11} \left( \frac{\text{km}}{R} \right)^{4/11} \left( \frac{M_\odot}{M} \right)^{4/11} \\ &\times \left( 9 - 7 \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^2 \right)^{-4/11} \left( \frac{10^8 \text{ K}}{T} \right)^{2/11} \text{ (s}^{-1}\text{)}. \end{aligned} \quad (4.88)$$

Οι παραπάνω εκφράσεις, αν και προσεγγίσεις, εκθέτουν την εξάρτηση της περιοχής αστάθειας (*instability window*) από τις κύριες ιδιότητες της περιοχής

γύρω από το σύνορο φλοιού-πυρήνα. Επιπλέον, η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα για κάθε αστέρα ονομάζεται γωνιακή ταχύτητα *Kepler*  $\Omega_K$  [154] και με τιμή σχεδόν  $\frac{2}{3}\Omega_0$ . Συνεπώς, υπάρχει μια κρίσιμη θερμοκρασία  $T_c$ , για την οποία η αστάθεια λόγω εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας καταστέλλεται πλήρως από το ιξώδες, που δίνεται από τη σχέση [107]

$$\frac{T_c}{10^8 \text{K}} = \left(\frac{\Omega_0}{\Omega_c}\right)^{11/2} \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_{GR} \\ -\tilde{\tau}_v \end{pmatrix} = \left(\frac{3}{2}\right)^{11/2} \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_{GR} \\ -\tilde{\tau}_v \end{pmatrix}. \quad (4.89)$$

Φαίνεται πως μια μείωση της  $T_c$  οδηγεί σε αύξηση της περιοχής αστάθειας (τουλάχιστον για χαμηλές τιμές θερμοκρασιών).

Τέλος, αξίζει σύντομα να αναφερθούμε στη περίπτωση του ελαστικού φλοιού. Σε αυτή τη περίπτωση η κατάσταση  $r$  διεισδύει στο φλοιό και κατα συνέπεια η σχετική κίνηση (ολίσθηση) ανάμεσα στο φλοιό και τον πυρήνα είναι αισθητά μειωμένη σε σύγκριση με το όριο του άκαμπτου φλοιού [155–157]. Σε αυτή τη θεώρηση έχει συμπεριληφθεί στο πρόβλημα των καταστάσεων  $r$  ο παράγοντας ολίσθησης  $\mathcal{S}$  και η αναθεωρημένη χρονική κλίμακα γράφεται

$$\tau_{ee(nm)}^{\mathcal{S}} \rightarrow \frac{\tau_{ee(nm)}}{\mathcal{S}^2}. \quad (4.90)$$

Στη πραγματικότητα, ο παράγοντας  $\mathcal{S}$  εξαρτάται κύρια από τη γωνιακή ταχύτητα, την ακτίνα του πυρήνα  $R_c$ , και το μέτρο διάτμησης (*shear modulus*), αλλά μπορεί να θεωρηθεί επίσης, κατά προσέγγιση, και μια σταθερά η οποία μεταβάλλεται σε ένα διάστημα ανάμεσα σε αρκετά χαμηλές τιμές ( $\mathcal{S} = 0.05$ ) μέχρι την τιμή  $\mathcal{S} = 1$ , που αντιστοιχεί σε ένα πλήρως άκαμπτο κέλυφος.

## 4.4 Συμπεράσματα και σχόλια

### 4.4.1 Η ακρίβεια της δυναμικής μεθόδου και οι συνιστώσες κλίσης

$$D_{ij}$$

Εξετάζουμε την ακρίβεια γύρω από την προσέγγιση της ενεργού αλληλεπίδρασης  $U_{dyn}(k, n)$ , που δίνεται από τη σχέση (4.4), και συγκρίνοντάς την με την πλήρη έκφραση (4.2). Για να το πετύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε δειγματοληπτικά το μοντέλο *MDI-ΠΑ* (με  $L = 80 \text{ MeV}$  και  $D = 72 \text{ MeV fm}^5$ ) (στη πραγματικότητα τα αποτελέσματα και τα αντίστοιχα συμπεράσματα δε διαφοροποιούνται για τα υπόλοιπα πυρηνικά μοντέλα). Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήσαμε ότι η χρήση του δυναμικού από την (4.2) δίνει τις τιμές  $n_t = 0.0605057 \text{ fm}^{-3}$  και  $P_t = 0.185374 \text{ rmMeV fm}^{-3}$ , ενώ η προσέγγιση (4.4) δίνει  $n_t = 0.0603948 \text{ fm}^{-3}$  και  $P_t = 0.184194 \text{ MeV fm}^{-3}$ . Γενικεύοντας, μπορούμε να πούμε πως για κάθε περίπτωση, το σφάλμα για την πυκνότητα μετάβασης είναι λιγότερο από 0,5% ενώ για την αντίστοιχη πίεση είναι κάτω από 1%. Παρατηρούμε, επίσης, ότι η χρήση της ΠΠ για την ενέργεια συμμετρίας δίνει σφάλμα της προσέγγισης (4.4) [σε σχέση με την (4.2)] όσον αφορά

τις τιμές των  $n_t$  και  $P_t$  λιγότερο από 0,5% και 1% αντίστοιχα. Τέλος, σχετικά με την επίδραση των όρων κλίσης  $D_{ij}$  (οι τιμές των οποίων δεν περιέχονται στα πυρηνικά μοντέλα με αποτέλεσμα να εισάγονται με το χέρι), οι περιπτώσεις (4.4) και (4.2) προβλέπουν παρόμοια αποτελέσματα.

#### 4.4.2 Πυκνότητες μετάβασης και πιέσεις μετάβασης με βάση τα πυρηνικά μοντέλα και τις αντίστοιχες προσεγγίσεις

Σε αντίθεση με πριν όπου επιχειρηματολογήσαμε γιατί η (4.4) έχει μεγάλη ακρίβεια, ανεξαρτήτως πυρηνικού μοντέλου και τιμών για τους όρους κλίσης, θα ασχοληθούμε σε αυτή την υποενότητα με τον καθορισμό της πυκνότητας μετάβασης και της αντίστοιχης πίεσης για όλες τις περιπτώσεις πυρηνικών μοντέλων που αξιοποιήθηκαν στη μελέτη μας. Χρησιμοποιήσαμε κυρίως 4 περιπτώσεις. Πρώτον, εφαρμόζοντας τη δυναμική μέθοδο για τον υπολογισμό του ποσοστού πρωτονίων (*proton fraction*) στη περίπτωση του πλήρους αναπτύγματος (ΔΠΑ) μέσω της (4.28) και στην παραβολική προσέγγιση (ΔΠΠ) από την (4.35). Δεύτερον, χρησιμοποιώντας τη θερμοδυναμική μέθοδο για τον αντίστοιχο υπολογισμό μέσω της (4.28) (ΘΠΑ) και στη παραβολική προσέγγιση από την (4.35) (ΘΠΠ).

Πίνακας 4.2: Η πυκνότητα μετάβασης  $n_t$  (σε  $\text{fm}^{-3}$ ), η πίεση  $P_t$  (σε  $\text{MeV}/\text{fm}^3$ ) και ο θερμοδυναμικός παράγοντας  $h_t$ , όπως αυτά υπολογίζονται από τα αντίστοιχα μοντέλα για τις περιπτώσεις ΔΠΑ και ΘΠΑ.

Μοντέλο	$n_t^{\text{dyn}}$	$P_t^{\text{dyn}}$	$h_t^{\text{dyn}}$	$n_t^{\text{th}}$	$P_t^{\text{th}}$	$h_t^{\text{th}}$
<i>MDI(65)</i>	0.070	0.213	1.0342	0.078	0.317	1.0363
<i>MDI(72.5)</i>	0.064	0.213	1.0320	0.073	0.319	1.0350
<i>MDI(80)</i>	0.060	0.184	1.0310	0.069	0.295	1.0335
<i>MDI(95)</i>	0.050	0.074	1.0236	0.059	0.155	1.0265
<i>MDI(110)</i>	0.044	0.031	1.0203	0.051	0.083	1.0225
<i>Sty4</i>	0.086	0.377	1.0184	0.098	0.578	1.0094
<i>SKI4</i>	0.073	0.248	1.0358	0.081	0.337	1.0378
<i>Ska</i>	0.069	0.377	1.0409	0.079	0.530	1.0443
<i>HLPS(soft)</i>	0.088	0.359	1.0394	0.098	0.455	1.0410
<i>HLPS(stiff)</i>	0.079	0.415	1.0425	0.089	0.551	1.0451

Τα αποτελέσματά μας παρουσιάζονται στους Πίνακες 4.2 και 4.3, όπου συγκρίνουμε τις τιμές της πυκνότητας μετάβασης, της αντίστοιχης πίεσης και της ποσότητας  $h_t = \frac{1}{\mu_0^2} \left( \frac{\mathcal{E}_t}{n_t} \right)^2$ . Πιο συγκεκριμένα, στον Πίνακα 4.2 παραθέτουμε τις υπολογισμένες τιμές για τα προαναφερθέντα μέγεθη με βάση τη δυναμική και θερμοδυναμική μέθοδο στο πλαίσιο του ΠΑ. Παρατηρούμε ότι οι τιμές της  $n_t$  όταν υπολογίζονται με τη δυναμική μέθοδο είναι μικρότερες κατά (10-



Πίνακας 4.3: Η πυκνότητα μετάβασης  $n_t$  (σε  $\text{fm}^{-3}$ ), η πίεση  $P_t$  (σε  $\text{MeV}/\text{fm}^3$ ) και ο θερμοδυναμικός παράγοντας  $h_t$ , όπως αυτά υπολογίζονται από τα αντίστοιχα μοντέλα για τις περιπτώσεις ΔΠΠ και ΘΠΠ.

Μοντέλο	$n_t^{\text{dyn}}$	$P_t^{\text{dyn}}$	$h_t^{\text{dyn}}$	$n_t^{\text{th}}$	$P_t^{\text{th}}$	$h_t^{\text{th}}$
<i>MDI(65)</i>	0.086	0.425	1.0389	0.097	0.594	1.0422
<i>MDI(72.5)</i>	0.082	0.483	1.0397	0.094	0.728	1.0449
<i>MDI(80)</i>	0.082	0.529	1.0402	0.094	0.836	1.0469
<i>MDI(95)</i>	0.084	0.615	1.0396	0.099	1.079	1.0497
<i>MDI(110)</i>	0.087	0.776	1.0426	0.105	1.406	1.0556
<i>Sty4</i>	0.085	0.426	1.0441	0.094	0.546	1.0462
<i>SKI4</i>	0.082	0.356	1.0386	0.091	0.496	1.0415
<i>Ska</i>	0.083	0.622	1.0475	0.093	0.867	1.0524
<i>HLPS(soft)</i>	0.094	0.421	1.0411	0.104	0.537	1.0430
<i>HLPS(stiff)</i>	0.087	0.525	1.0453	0.097	0.694	1.0483

15)% σε σύγκριση με τη θερμοδυναμική (αποτελέσματα που επιβεβαιώνουν προηγούμενους υπολογισμούς [85, 136, 147]). Χαρακτηριστικό αποτελεί η μείωση στις τιμές της πίεσης μετάβασης  $P_t^{\text{dyn}}$  σε σχέση με την  $P_t^{\text{th}}$ . Όπως θα δούμε και παρακάτω, το παραπάνω γεγονός έχει επίδραση σε ιδιότητες των αστέρων νετρονίων που έχουν ευαισθησία από τις τιμές της κρίσιμης πίεσης.

Στον Πίνακα 4.3 βλέπουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τη ΠΠ (4.35). Στην περίπτωση αυτή οι τιμές και των τριών μεγεθών είναι αυξημένες σε σχέση με το ΠΑ. Μάλιστα, η αύξηση αυτή κυμαίνεται μεταξύ 15-20% και για τις δύο μεθόδους. Ειδικά όσον αφορά την πίεση μετάβασης  $P_t$  υπάρχουν περιπτώσεις όπου η αύξηση είναι και υπερδιπλάσια. Το κύριο συμπέρασμα είναι το ακόλουθο: Η χρήση της δυναμικής μεθόδου, στο πλαίσιο του ΠΑ για την ενέργεια συμμετρίας, χαμηλώνει σημαντικά τις τιμές των  $n_t$  και  $P_t$  σε σύγκριση με τη θερμοδυναμική μέθοδο (τόσο στην περίπτωση της ΠΠ όσο και του ΠΑ).

Στη συνέχεια, θα σχολιάσουμε τόσο ποιοτικές όσο και ποσοτικές επιδράσεις του σημείου μετάβασης πάνω σε διάφορες ιδιότητες των αστέρων νετρονίων αλλά και εξελικτικές διαδικασίες αυτών, που επηρεάζονται από τη διεπαφή πυρήνα-φλοιού.

#### 4.4.3 Η προσέγγιση για την $M_{\text{crust}}$ και σχέσεις για την πίεση μετάβασης

Προτού προχωρήσουμε σε ανάλυση των επιδράσεων των  $P_t$  και  $n_t$  πάνω σε στατικές και δυναμικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων, είναι σημαντικό να αναφερθούμε στις προσεγγίσεις που αφορούν τη μάζα του φλοιού και την αντίστοιχη ακτίνα. Οι προσεγγίσεις (4.42) και (4.43), λόγω της ακρίβειάς τους,

χρησιμοποιούνται παρακάτω για παραγωγή κάποιων αναλυτικών εκφράσεων που αφορούν το χρόνο θερμικής αποκατάστασης, τις συχνότητες ημιπεριοδικών ταλαντώσεων (*QPOs*) και τις κρίσιμες τιμές γωνιακών ταχυτήτων.

Μέσα από την παρούσα δουλειά μας κατασκευάσαμε μια ημιθεωρητική έκφραση που συσχετίζει την πίεση μετάβασης  $P_t$  με την ολική ακτίνα ενός αστέρα νετρονίων που έχει μάζα  $M = 1.4M_\odot$ . Η έκφραση (4.57) δουλεύει με καλή ακρίβεια εξαιρουμένων των πολύ *stiff* και *soft* καταστατικών εξισώσεων. Από τη στιγμή που η πλειοψηφία των αστέρων νετρονίων έχει μάζα κοντά σε αυτό το όριο, η έκφραση (4.57) μπορεί να αποδειχθεί χρήσιμη για τη σύνδεση ανάμεσα στην μακροσκοπικά παρατηρούμενη ποσότητα  $R$  και τη μικροσκοπική  $P_t$ . Πιο συγκεκριμένα, η ακριβής πειραματική μέτρηση της  $R$  μπορεί να βοηθήσει στον περιορισμό της  $P_t$ . Αυτό μπορούμε να το δούμε μέσα από ένα παράδειγμα: αν έχουμε μια μέτρηση  $R_{1.4} = 13$  km, τότε αυτή παρέχει τον περιορισμό  $P_t = 0.4 \pm 0.11$  MeV fm<sup>-3</sup>. Επιπρόσθετα, μπορεί να συμβεί και το ανάποδο, δηλαδή μια ακριβής μέτρηση της  $P_t$  να βοηθήσει στον περιορισμό της ακτίνας. Συνεπώς, μπορούμε αντίστοιχα να πούμε πως μια τιμή  $P_t = 0.45$  MeV fm<sup>-3</sup> περιορίζει την ακτίνα στις τιμές  $R = 12.51 \pm 0.86$  km.

Προχωρώντας παρακάτω, αξίζει να σχολιάσουμε την ημιθεωρητική έκφραση (4.61). Σύμφωνα με τους Πίνακες 4.2 και 4.3 η χρήση της ΔΠΑ (αντίστοιχα και της ΘΠΑ) ικανοποιεί τη σχέση (4.61). Όμως, η χρήση της ΠΠ οδηγεί στην αντίστροφη συμπεριφορά (δείτε επίσης την [85]). Ακόμα μια ένδειξη πως η ΠΠ μπορεί να οδηγήσει σε αποπροσανατολιστικά αποτελέσματα όσον αφορά την πίεση μετάβασης και την εξάρτησή της από την παράμετρο κλίσης  $L$ .

#### 4.4.4 Επιδράσεις στις συχνότητες των *QPOs* και στη θερμική αποκατάσταση του φλοιού

Στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζουμε ένα διάγραμμα μάζας-ακτίνας που φανερώνει τους περιορισμούς από τη σεισμολογία των αστέρων νετρονίων (προερχόμενο από τον SGR 1806-20) (για περισσότερα στις [9, 103]). Αρχικά, μπορεί να δει κανείς την εξάρτηση μάζας-ακτίνας όπως αυτή προκύπτει από το μοντέλο *MDI* ( $L = 80$  MeV). Θεωρώντας ότι  $f_{n=0,l=2} = 29$  Hz και  $f_{n=1,l=1} = 626.5$  Hz [9], λύνουμε το σύστημα (4.62) και (4.63) αντίστοιχα για κάθε μία από τις επιλεγόμενες τέσσερις περιπτώσεις (οι προβλεπόμενοι περιορισμοί μάζας-ακτίνας περιέχονται στο Σχήμα 4.2).

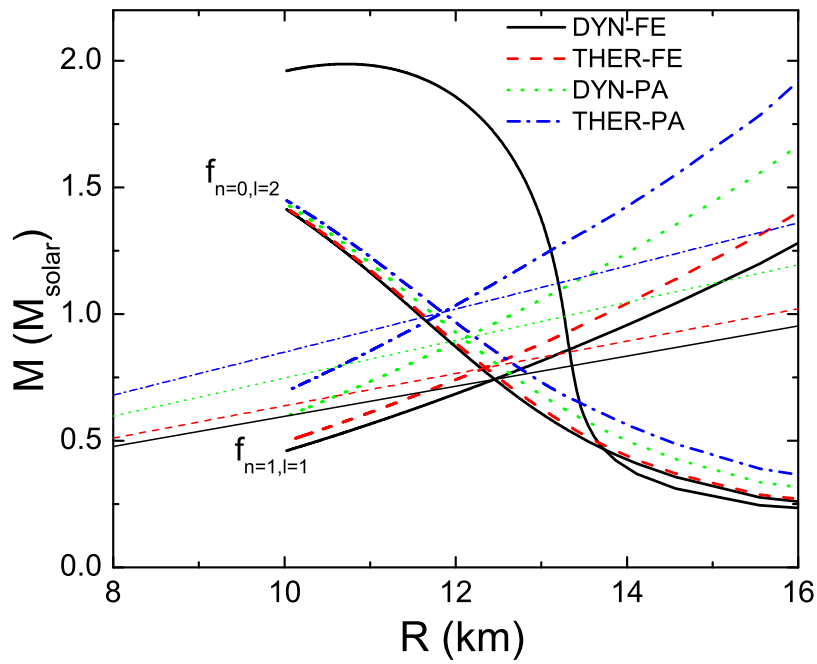
Είναι προφανές πως η πυκνότητα μετάβασης κάνει πιο εμφανή την επίδρασή της στη περίπτωση των καταστάσεων με  $f_{n=1,l=1}$ . Πιο συγκεκριμένα, η χρήση της ΔΠΑ μειώνει τις αντίστοιχες τιμές της μάζας (για καθορισμένες τιμές της ακτίνας). Επιπρόσθετα, ακόμα και για την ίδια περίπτωση (ΠΑ ή ΠΠ) η δυναμική μέθοδος μειώνει τις τιμές της μάζας. Σαν γενικό συμπέρασμα μια πιο ρεαλιστική ΚΕ (ΔΠΑ) μειώνει αισθητά τις τιμές της μάζας. Στην περίπτωση της θεμελιώδους κατάστασης  $f_{n=0,l=2}$ , ο τρόπος που επηρεάζει η ΚΕ είναι λιγότερο σημαντικός και εμφανίζεται κυρίως για υψηλές τιμές της ακτίνας. Στο ίδιο Σχήμα σχεδιάζουμε τις τέσσερις τιμές του  $\beta$ , έτσι όπως αυτές προκύπτουν

μετά την απαλοιφή της  $R$  από τις (4.62) και (4.63). Γίνεται εμφανές ότι οι επιδράσεις της διεπαφής φλοιού-πυρήνα πρέπει να ληφθούν υπόψη ώστε να μπουν περιορισμοί στο διάγραμμα μάζας-ακτίνας.

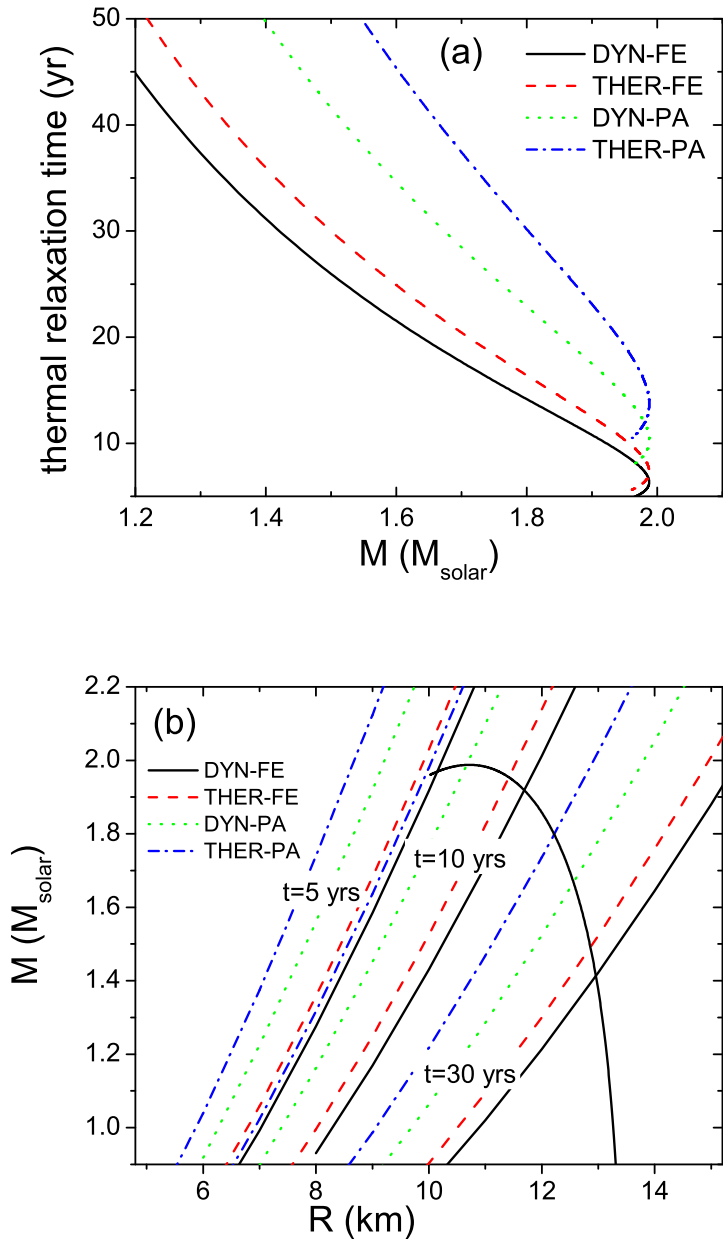
Στο Σχήμα 4.3(a) παρουσιάζεται ο χρόνος θερμικής αποκατάστασης του φλοιού  $t_w$  ως συνάρτηση της μάζας του αστέρα νετρονίων  $M$  με τη βοήθεια της (4.64) και  $t_1 = 28 \pm 0.2$  yr (με τα αποτελέσματα για τις 4 επιλεγμένες περιπτώσεις). Η χρήση της ΔΠΑ οδηγεί σε χαρακτηριστική μείωση τις τιμές του  $t_w$ . Όπως αναμενόταν, οι επιδράσεις είναι πιο αισθητές για μικρές τιμές μαζών λόγω της ισχυρής εξάρτησης ανάμεσα στα  $t_w$  και  $R_{crust}$ . Έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον να δει κανείς ότι η ΘΠΠ οδηγεί σε πολύ μεγάλες τιμές του  $t_w$  (υπερδιπλάσια για χαμηλές τιμές μαζών) σε σύγκριση με την ΔΠΑ και κατά συνέπεια σε μεγαλύτερο σφάλμα. Στο Σχήμα 4.3(b) υποδεικνύουμε τους περιορισμούς του χρόνου θερμικής αποκατάστασης σε ένα διάγραμμα  $M - R$  για τις 4 περιπτώσεις. Θεωρούμε πως  $t_1 = 28$  yr και για τις τρεις τιμές  $t_w = 3, 10, 30$  yr λύνουμε την εξίσωση (4.64) ώστε να αναπαραστήσουμε την εξάρτηση  $M - R$  για τις 4 επιλεγμένες περιπτώσεις. Προφανώς οι περιορισμοί στο διάγραμμα  $M - R$  από τη διεπαφή πυρήνα-φλοιού είναι σημαντικοί. Πιο συγκεκριμένα, η χρήση της ρεαλιστικής μεθόδου ΔΠΑ υπολογίζει χαμηλότερες τιμές μάζας και κατά συνέπεια μεγαλύτερες τιμές ακτίνας (ειδικά στη περίπτωση υψηλών τιμών του χρόνου αποκατάστασης). Για χαμηλές τιμές του  $t_w$  οι επιδράσεις είναι λιγότερο σημαντικές αλλά όχι αμελητέες.

#### 4.4.5 Επιδράσεις στη ροπή αδράνειας του φλοιού

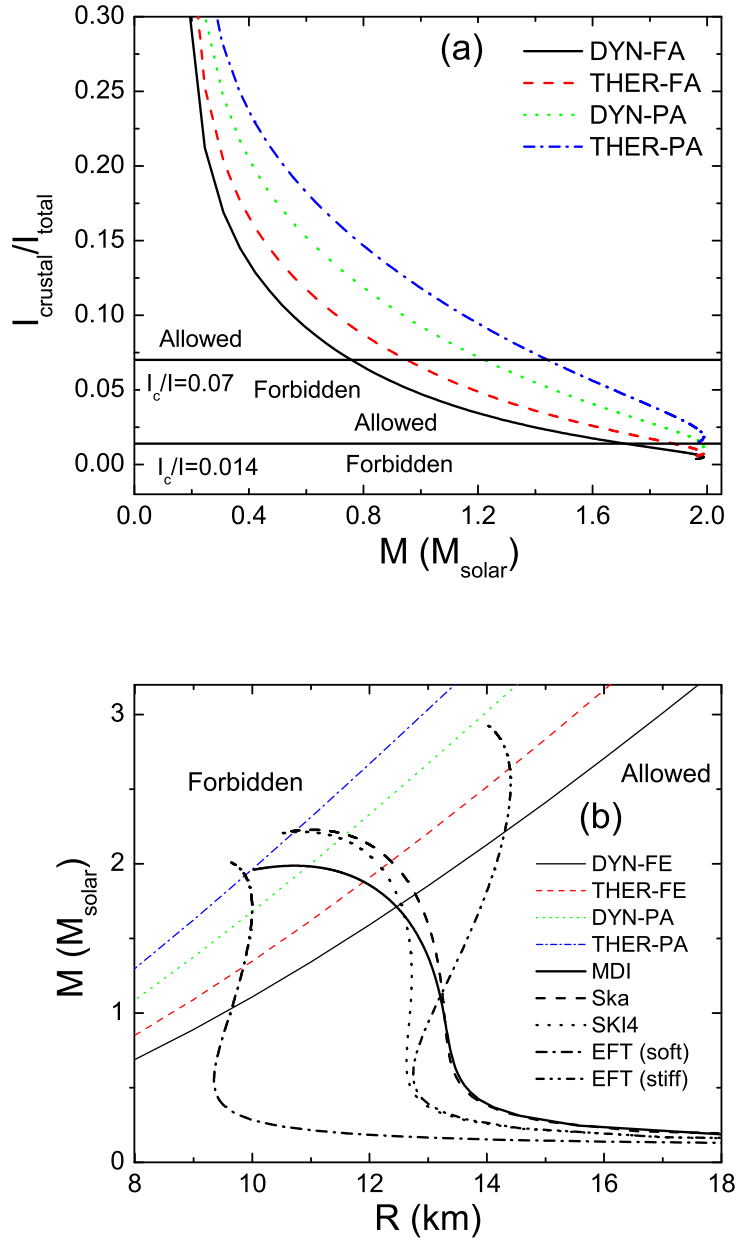
Οι επιδράσεις της πίεσης μετάβασης  $P_t$  και της πυκνότητας  $n_t$  είναι σημαντικές, επίσης, για τους υπολογισμούς της ροπής αδράνειας του φλοιού. Στην πραγματικότητα, η κύρια εξάρτηση έρχεται μέσα από την πίεση  $P_t$ . Σύμφωνα με την (4.65), μικρότερες τιμές της  $P_t$  μειώνουν τη ροπή αδράνειας του φλοιού οδηγώντας έτσι σε πιο αυστηρούς περιορισμούς [8]. Στο Σχήμα 4.4(a) αναπαριστούμε το ποσοστό  $I_{crust}/I$  σαν συνάρτηση της συνολικής μάζας για το μοντέλο *MDI* (με  $L = 80$  MeV), για όλες τις περιπτώσεις που μελετάμε. Είναι προφανές πως η χρήση της ΔΠΑ (που οδηγεί σε χαμηλότερες τιμές για την  $P_t$ ) ελαττώνει την επιτρεπόμενη περιοχή σε σύγκριση με τις άλλες τρεις περιπτώσεις. Προς διαφώτιση του αναγνώστη στο Σχήμα 4.4(b) προβάλλουμε τον περιορισμό  $I_{crust}/I \geq 0.014$  για τις 4 περιπτώσεις και ταυτόχρονα την εξάρτηση  $M - R$  διαφόρων επιλεγμένων πυρηνικών μοντέλων. Σε κάθε περίπτωση, οι περιορισμοί από την ΔΠΑ είναι οι πιο "περιοριστικοί" και υποστηρίζουν την πρόταση ότι η πυκνότητα μετάβασης και η αντίστοιχη πίεση οφείλουν να υπολογίζονται με την πρέπουσα ακρίβεια ώστε να παρέχουν αξιόπιστους περιορισμούς στις μακροσκοπικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων. Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγει κανείς αν χρησιμοποιηθούν μεγαλύτερες τιμές του λόγου  $I_{crust}/I$ . Οι συγγραφείς στις αναφορές [149, 150] θεώρησαν ότι λόγω της συλλογής υπέρρευστων νετρονίων στο φλοιό, το κατώτερο όριο  $I_{crust}/I$  πρέπει να είναι  $I_{crust}/I \geq 0.07$ , με σκοπό να εξηγήει τις ανωμαλίες περιστροφής. Α-



Σχήμα 4.2: Διάγραμμα μάζας-ακτίνας για το μοντέλο *MDI* (με  $L = 80$  MeV) συμπεριλαμβανομένων των περιορισμών από τη σεισμολογία των αστέρων νετρονίων βάσει των (4.62) και (4.63) και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Οι ευθείες γραμμές αντιστοιχούν στην εξίσωση  $\beta = \beta(h_i)$ , που προέκυψε από την απαλοιφή του  $R$  ανάμεσα στις εξισώσεις (4.62) και (4.63), για καθεμιά από τις τέσσερις περιπτώσεις.



Σχήμα 4.3: (a) Ο χρόνος θερμικής αποκατάστασης  $t_w$  ως συνάρτηση της ολικής μάζας για τις 4 επιλεγμένες περιπτώσεις. (b) Περιορισμοί στο διάγραμμα  $M - R$  από τον χρόνο θερμικής αποκατάστασης  $t_w$  για τις αντίστοιχες περιπτώσεις. Στο Σχήμα συμπεριλαμβάνεται η εξάρτηση  $M - R$  του μοντέλου MDI ( $L = 80 \text{ MeV}$ ) για σύγκριση.



Σχήμα 4.4: (a) Το ποσοστό της ροπής αδράνειας του φλοιού συναρτήσει της μάζας για τις 4 προς μελέτη περιπτώσεις. Για σύγκριση περιέχονται οι οριζόντιες γραμμές, όπου η καθεμία περιορίζει το λόγο  $I_{crust}/I$ , για τον παλιμή *Vela* (υποθέτοντας μάζα  $M = 1.4M_{\odot}$ ). (b) Το διάγραμμα μάζας-ακτίνας για διάφορες πυρηνικές ΚΕς και οι περιορισμοί  $I_{crust}/I = 0.014$  όπως υπολογίζονται για τις 4 περιπτώσεις.

πό μια άλλη σκοπιά, ο *Link* [151] σχολίασε με περισσότερες λεπτομέρειες τη σύνδεση της ροπής αδράνειας του φλοιού και του πυρήνα συμπεραίνοντας πως οι χαμηλές τιμές του λόγου  $I_{crust}/I$  είναι αναμενόμενες. Περαιτέρω, παρατηρησιακές μετρήσεις των ανωμαλιών και πιο εκλεπτυσμένοι θεωρητικοί υπολογισμοί θα καθορίσουν πιο ακριβή όρια καθώς και θα βοηθήσουν να περιοριστούν ιδιότητες φλοιού-πυρήνα.

#### 4.4.6 Επιδράσεις στις αστάθειες των καταστάσεων $r$

Στους Πίνακες 4.4 - 4.5 παρουσιάζουμε τις χρονικές κλίμακες αναφοράς, τις αντίστοιχες κρίσιμες συχνότητες και τις κρίσιμες θερμοκρασίες για αστέρες νετρονίων με μάζα  $M = 1.4M_{\odot}$  και  $M = 1.8M_{\odot}$  αντίστοιχα. Συμπεριλαμβανόμε επίσης τα αποτελέσματα της προσέγγισης λόγω της χρήσης της αναλυτικής λύσης *Tolman VII*. Οι χρονικές κλίμακες αναφοράς, ειδικά αυτή του ιξώδους  $\tilde{\tau}_v$ , είναι ευαίσθητες στην κάθε φορά εφαρμοζόμενη προσέγγιση. Πιο συγκεκριμένα, η ΔΠΑ ελαττώνει την απόλυτη τιμή της  $\tilde{\tau}_{GR}$  κατά 10% και αυξάνει την τιμή της  $\tilde{\tau}_v$  περίπου δύο φορές σε σύγκριση με την ΘΠΠ (για αστέρα νετρονίων με μάζα  $M = 1.4M_{\odot}$ ).

Πίνακας 4.4: Οι χρονικές κλίμακες αναφοράς, οι κρίσιμες συχνότητες και οι κρίσιμες θερμοκρασίες για το μοντέλο *MDI* ( $L = 80$  MeV) με  $M = 1.4M_{\odot}$ . Τα αντίστοιχα αποτελέσματα από τη χρήση της λύσης *Tolman VII* προσεγγιστικά παρατίθενται σε παρενθέση για κάθε περίπτωση.

	ΔΠΑ	ΘΠΑ	ΔΠΠ	ΘΠΠ
$\tilde{\tau}_{GR}$	-3.72 (-3.67)	-3.82 (-3.73)	-3.95 (-3.85)	-4.11 (-3.98)
$\tilde{\tau}_{ee}$	40.68 (37.26)	33.73 (30.61)	26.85 (24.45)	22.46 (20.54)
$\tilde{\tau}_{nn}$	94.95 (86.95)	77.35 (70.21)	60.25 (54.86)	49.51 (45.28)
$f_c^{ee}$	823 (834)	855 (866)	898 (909)	936 (946)
$f_c^{nn}$	706 (715)	735 (745)	775 (785)	811 (819)
$T_c$	0.851 (0.916)	1.053 (1.133)	1.368 (1.464)	1.702 (1.802)

Οι επιδράσεις πάνω στις χρονικές κλίμακες αναφοράς αντανακλώνται στις τιμές των κρίσιμων συχνοτήτων  $f_c$  όπως παρουσιάζονται στους Πίνακες 4.4 και 4.5. Υπάρχει επιπρόσθετα μια μείωση στις τιμές των  $f_c$  κατά 12% με 15%. Αυτή η διαφορά είναι σημαντική μιας και όπως θα δούμε παρακάτω υπάρχουν περιπτώσεις αστέρων νετρονίων που βρίσκονται κοντά στο όριο για την προτεινόμενη περιοχή αστάθειας (*instability window*). Στους ίδιους Πίνακες παρουσιάζουμε και την κρίσιμη θερμοκρασία  $T_c$ . Η χρήση της ΔΠΑ, επίσης, ελαττώνει κατά δύο φορές τις τιμές της  $T_c$  με συνέπεια την αύξηση της περιοχής αστάθειας τουλάχιστον για χαμηλές θερμοκρασίες. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι υπολογισμοί μέσω της λύσης *Tolman VII* εμφανίζουν καλή ακρίβεια για τις

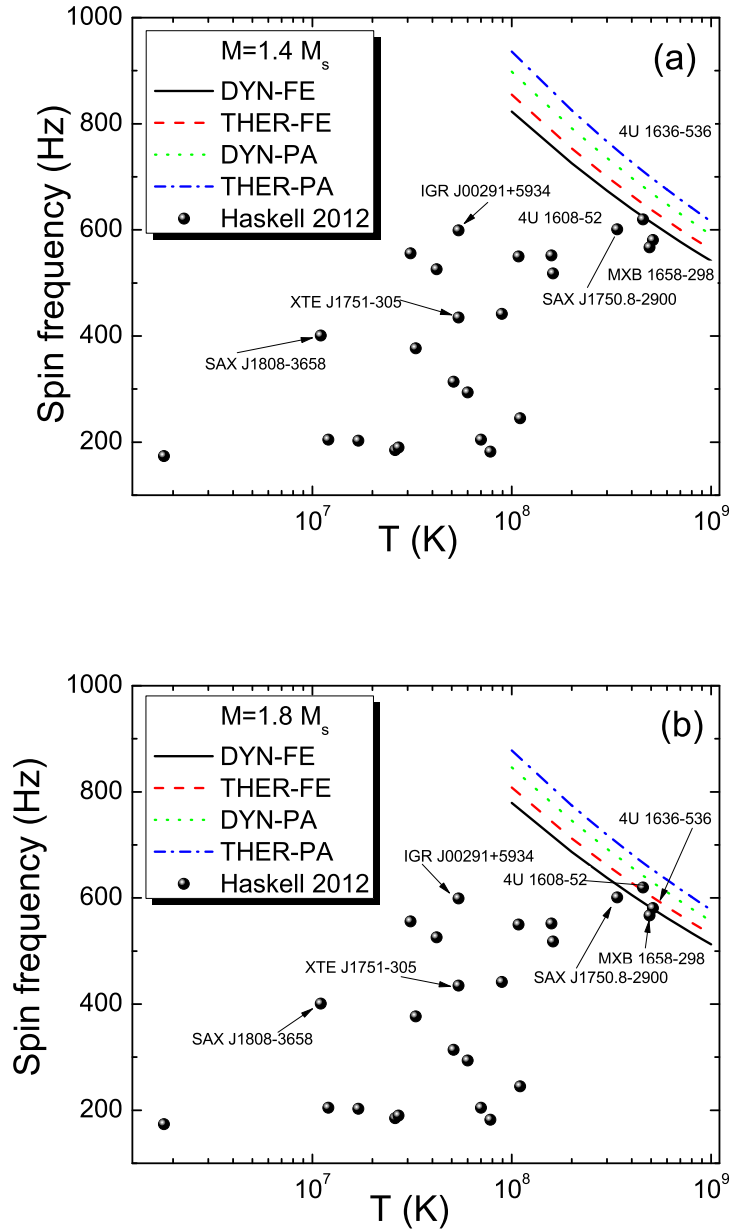
Πίνακας 4.5: Οι χρονικές κλίμακες αναφοράς, οι κρίσιμες συχνότητες και οι κρίσιμες θερμοκρασίες για το μοντέλο *MDI* ( $L = 80$  MeV) με  $M = 1.8M_{\odot}$ . Τα αντίστοιχα αποτελέσματα από τη χρήση της λύσης *Tolman VII* προσεγγιστικά παρατίθενται σε παρενθέση για κάθε περίπτωση.

	ΔΠΑ	ΘΠΑ	ΔΠΠ	ΘΠΠ
$\tilde{\tau}_{GR}$	-0.954 (-0.942)	-0.967 (-0.950)	-0.982 (-0.967)	-0.997 (-0.975)
$\tilde{\tau}_{ee}$	46.52 (44.33)	38.35 (36.30)	30.29 (28.94)	25.23 (24.00)
$\tilde{\tau}_{nn}$	108.57 (103.47)	87.95 (83.25)	67.96 (64.92)	55.64 (52.90)
$f_c^{ee}$	779 (784)	808 (813)	846 (851)	878 (882)
$f_c^{nn}$	667 (672)	695 (699)	731 (735)	761 (765)
$T_c$	0.191 (0.198)	0.235 (0.243)	0.302 (0.311)	0.368 (0.378)

προαναφερθείσες ποσότητες. Στην πραγματικότητα, σε προηγούμενη δουλειά [115] χρησιμοποιήθηκε η προσέγγιση ομοιόμορφης πυκνότητας (*uniform density approximation*). Τα παρόντα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι, τουλάχιστον για αυτού του είδους τους υπολογισμούς, η αναλυτική λύση *Tolman VII* προσεγγίζει με μεγαλύτερη συμφωνία ρεαλιστικούς υπολογισμούς από ότι η προσέγγιση ομογενούς πυκνότητας. Όσον αφορά την κρίσιμη συχνότητα, σε κάθε περίπτωση η ΔΠΑ οδηγεί σε μείωση αυτής. Για να δια φωτίσουμε αυτό το σημείο κατασκευάσαμε τα Σχήματα 4.5(a) και 4.5(b), όπου συγκρίνουμε την περιοχή αστάθειας της κατάστασης  $r$  για τις τέσσερις περιπτώσεις που μελετάμε με τις περιπτώσεις παρατηρούμενων αστέρων νετρονίων σε συστήματα *LMXBs* (*Low Mass X – ray Binary*) και *MSRPs* (*MilliSecond Radio Pulsars*) με  $M = 1.4M_{\odot}$  και  $M = 1.8M_{\odot}$  αντίστοιχα. Βρίσκουμε ότι η περιοχή αστάθειας υποχωρεί κατά 20 – 40% (για Hz) όταν η μάζα αυξάνεται από  $M = 1.4M_{\odot}$  σε  $M = 1.8M_{\odot}$ . Επιπλέον, η *stiffness* της ΚΕς αυξάνει την περιοχή αστάθειας (η οποία καθορίζεται, σε αυτή την περίπτωση, από την εξάρτηση  $f_c - T$ ). Ακολουθώντας τη μελέτη των *Wen et al.* [159] και *Haskell et al.* [158] συμπεριλαμβάνουμε πολλές περιπτώσεις *LMXBs* και μερικές των *MSRPs* (για περισσότερα δείτε τις [160, 161] και τον Πίνακα *I* της [158]). Οι μάζες των αναφερόμενων αστέρων δεν είναι μετρημένες με ακρίβεια. Επιπρόσθετα, αξίζει να τονίσουμε ότι οι εκτιμήσεις για τη θερμοκρασία  $T$  του πυρήνα έχουν μεγάλες αβεβαιότητες. Για τη μελέτη μας χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές της  $T$  από την [158] και οι απροσδιοριστίες, σε κάποιες περιπτώσεις, έχουν αναπαραχθεί με τη μέθοδο που υποδεικνύεται στην [162].

Είναι προφανές από τα Σχήματα 4.5(a) και 4.5(b) ότι η πλειοψηφία των αστέρων βρίσκονται έξω από τις περιοχές αστάθειας που προβλέπουν τα μοντέλα. Υπάρχουν τέσσερις εξαιρέσεις, οι *4U 1608 – 52*, *SAX J1750.8 – 2900*, *4U – 1636 – 536* και *MXB 1658 – 298* που βρίσκονται κοντά στην περιοχή αστάθειας (για μάζα  $M = 1.4M_{\odot}$ ) ενώ δύο από αυτούς βρίσκονται μέσα (για





Σχήμα 4.5: Η συσχέτιση ανάμεσα στην κρίσιμη συχνότητα και τη θερμοκρασία για έναν αστέρα νετρονίων με μάζα  $M = 1.4M_{\odot}$  (a) και  $M = 1.8M_{\odot}$  (b) κατασκευασμένη για τις επιλεγόμενες ΚΕς. Οι παρατηρούμενες περιπτώσεις των *LMXBs* και *MSRPs* από τους *Haskell et al.* [158] περιλαμβάνονται για σύγκριση, καθώς και οι περιπτώσεις *IGR J00291 + 5934*, *XTE J1751 – 305* και *SAX J1808 – 3658*.

μάζα  $M = 1.8M_{\odot}$ ). Συμπεραίνουμε ότι η *stiffness* της ΚΕς έχει ισχυρή επιρροή στο εύρος της περιοχής αστάθειας και αυτή η επιρροή γίνεται πιο έντονη για μεγάλες τιμές μάζας των αστέρων νετρονίων.

## 4.5 Επιδράσεις όρων ανώτερης τάξης της ενέργειας συμμετρίας

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που βρήκαμε από τους υπολογισμούς των πυκνοτήτων μετάβασης  $n_t$  και των αντίστοιχων πιέσεων  $P_t$  τόσο αξιοποιώντας το πλήρες ανάπτυγμα και την παραβολική προσέγγιση όσο και διαφορετικούς κάθε φορά όρους ανώτερης τάξης του αναπτύγματος (4.17). Επιπρόσθετα, κάνουμε χρήση της θερμοδυναμικής και δυναμικής μεθόδου ώστε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας. Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε αυτά που βρήκαμε σε διάφορες ιδιότητες των αστέρων νετρονίων (για τις περιπτώσεις ΠΑ και ΠΠ). Ειδικότερα, εξετάζουμε το ποσοστό της ροπής αδράνειας του φλοιού σε σχέση με τη συνολική  $I_{crust}/I$  και την κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα  $\Omega_c$ , που καθορίζει την αστάθεια της κατάστασης  $r$ . Επίσης, έχει ενδιαφέρον η παλιρροϊκή πολωσιμότητα  $\beta$  ενός αστέρα νετρονίων χαμηλής μάζας, που εμφανίζει ευαισθησία στις ειδικές λεπτομέρειες του φλοιού [163–166], καθώς και η διαμόρφωση της ελάχιστης μάζας, που εξαρτάται κυρίως από από τη συνεισφορά του φλοιού στα  $M_{min}$  και  $R_{min}$ . Ιδιαίτερα στο τελευταίο αναμένεται ακόμα και μια μικρή μεταβολή στη  $n_t$  (και στη  $P_t$ ) να αλλάξει τις σχετικές προβλέψεις, αφού η κεντρική πυκνότητα βρίσκεται κοντά στη πυκνότητα μετάβασης.

### 4.5.1 Σχετικά με τα πυρηνικά μοντέλα

Για τους υπολογισμούς μας αξιοποιήσαμε διαφορετικές παραμετροποιήσεις των μοντέλων *MDI* [172, 173], *HLPS* [136] και *Skyrme* [185, 186]. Στον Πίνακα 4.6 παρουσιάζουμε τις παραμετροποιήσεις του μοντέλου *MDI* ενώ οι παράμετροι για τις περιπτώσεις των άλλων δύο μοντέλων μπορούν να βρεθούν στις σχετικές αναφορές, που υπάρχουν και στο Παράρτημα Α'.

Στη συνέχεια, στους Πίνακες 4.7-9 παραθέτουμε τις ιδιότητες της πυρηνικής ύλης στην πυκνότητα κορεσμού  $n_s = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  για την κάθε ξεχωριστή παραμετροποίηση των μοντέλων μας. Παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η ενέργεια στην τιμή κορεσμού είναι  $E(n_s, 0) \approx -16 \text{ MeV}$  ενώ το μέτρο συμπίεσης είναι  $K_0 \approx 240 \text{ MeV}$  (με εξαίρεση την παραμετροποίηση *Ska* που παίρνει την τιμή  $292.164 \text{ MeV}$ ). Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι υπολογισμοί για τις συνιστώσες της ενέργειας συμμετρίας τόσο με βάση την ΠΠ [ $E_{sym}^{PA}(n_s)$ ] όσο και με βάση το ανάπτυγμα (4.17), κρατώντας κάθε φορά τους όρους ανώτερης τάξης που θέλουμε για την προσέγγισή μας [ $E_{sym,2k}(n_s)$ ].

Η ενέργεια συμμετρίας (δηλαδή η συνιστώσα του τετραγωνικού όρου του αναπτύγματος) για τα μοντέλα που επιλέξαμε κυμαίνεται σε ένα εύρος τιμών

Πίνακας 4.6: Παραμετροποιήσεις του μοντέλου *MDI* για την νετρονική ύλη με βάση την ΚΕ *BPAL3* [172].

Παράμετροι	$x_0$	$x_3$	$Z_1$	$Z_2$
<i>MDI</i> (65)	0.82	0.48	-9	-3.3
<i>MDI</i> (72.5)	0.81	-0.04	-10.95	4
<i>MDI</i> (80)	0.9	-0.37	-11	8.4
<i>MDI</i> (95-30)	0.95	-0.9	-3	8.4
<i>MDI</i> (95-32)	0.878117	-0.545664	1.5	-1
<i>MDI</i> (100)	1	-1	4.18283	4.55136
<i>MDI</i> (110)	1	-1.45	0.8	10.6

$E_{sym,2}(n_s) \approx 28 - 33$  MeV (με μέση τιμή τα 30 MeV). Η απόκλιση στην τιμή της ενέργειας συμμετρίας με χρήση της ΠΠ είναι κατά μέσο όρο 3%. Στις διορθώσεις ανώτερης τάξης παρατηρούμε μεγαλύτερες σχετικές αποκλίσεις στις τιμές για την κάθε περίπτωση  $E_{sym,2k}(n_s)$  ανάμεσα στα μοντέλα. Είναι εμφανής, επίσης, η κυρίαρχη συνεισφορά του τετραγωνικού όρου σε σχέση με τους υπόλοιπους.

Όσον αφορά την παράμετρο κλίσης  $L$ , οι τιμές της έχουν επιλεγεί να έχουν ένα μεγάλο εύρος (από 30 MeV έως 110 MeV). Η απόκλιση στις αντίστοιχες κάθε φορά τιμές της όταν χρησιμοποιούμε την ΠΠ είναι της τάξης του 5%. Και σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε πως υπάρχουν μεγαλύτερες σχετικές αποκλίσεις, μεταξύ των μοντέλων, στις τιμές των παραμέτρων κλίσης ανώτερης τάξης  $L_{2k}$  ενώ η κλίση  $L$  (δεύτερης τάξης) έχει κυρίαρχη συνεισφορά στην εξάρτηση της ενέργειας συμμετρίας από την πυκνότητα σε σχέση με τις υπόλοιπες περιπτώσεις ( $L_4, L_6, L_8, L_{10}$ ).

Τα παραπάνω πυρηνικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για την κατασκευή της ΚΕς του πυρήνα ενός αστέρα νετρονίων. Η ΚΕ του φλοιού δίνεται από το ευρέως γνωστό μοντέλο των *Baym, Pethick* και *Sutherland (BPS)* [121]. Τέλος, να αναφέρουμε πως αν και επικεντρωθήκαμε στη περιοχή φλοιού-πυρήνα, τα μοντέλα έχουν επιλεγεί ώστε να παράγουν, έστω και οριακά, το όριο των δύο ηλιακών μαζών για τη μέγιστη μάζα.

#### 4.5.2 Για τις εφαρμογές σε ιδιότητες αστέρων νετρονίων

Για τους υπολογισμούς μας γύρω από τη ροπή αδράνειας του φλοιού χρησιμοποιούμε τη σχέση (4.65). Για λόγους σύγκρισης εφαρμόζουμε και μια δεύτερη προσέγγιση [145] που δίνεται από τη σχέση

$$I_{crust} \simeq \frac{16\pi}{3} \frac{R_{core}^6}{2\beta c^2 R} P_t \left( 1 - \frac{0.21}{1-2\beta} 2\beta \right) \times \left[ 1 + \frac{48}{5} \left( \frac{R_{core}}{2\beta R} - 1 \right) \left( \frac{P_t}{\mathcal{E}_t} \right) + \dots \right]. \quad (4.91)$$

Πίνακας 4.7: Ιδιότητες της πυρηνικής ύλης στην πυκνότητα κορεσμού  $n_s = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  για διάφορες παραμετροποιήσεις του μοντέλου *MDI*. Όλα τα μεγέθη είναι σε MeV.

Πυρηνικό μοντέλο	<i>MDI</i> (65)	<i>MDI</i> (72.5)	<i>MDI</i> (80)	<i>MDI</i> (95-30)
$E(n_s, 0)$	-16.060	-16.060	-16.060	-16.060
$K_0$	237.694	237.694	237.694	237.694
$E_{sym}^{PA}(n_s)$	28.867	30.617	31.336	30.884
$E_{sym,2}(n_s)$	30.077	29.662	29.917	30.081
$E_{sym,4}(n_s)$	-1.325	0.468	0.902	0.335
$E_{sym,6}(n_s)$	-0.095	0.217	0.248	0.232
$E_{sym,8}(n_s)$	0.050	0.100	0.101	0.087
$E_{sym,10}(n_s)$	0.044	0.052	0.052	0.046
$L_{PA}$	53.813	74.775	84.952	96.590
$L$	64.318	72.512	80.009	94.787
$L_4$	-9.402	0.609	3.059	0.118
$L_6$	-1.544	0.679	0.906	0.878
$L_8$	-0.075	0.359	0.373	0.291
$L_{10}$	0.111	0.191	0.189	0.159

Εν γένει, η ροπή αδράνειας των περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων εμφανίζει εξάρτηση από τη συχνότητα περιστροφής [37] και στη συγκεκριμένη περίπτωση ο αντίστοιχος υπολογισμός χρήζει ειδικής μεταχείρισης. Όμως, αξίζει να σημειωθεί ότι οι προσεγγίσεις (4.65) και (4.91) είναι ικανοποιητικά ακριβείς για ένα αργά περιστρεφόμενο αστέρα νετρονίων, δηλαδή που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega \ll \Omega_K$  (με  $\Omega_K$  να είναι η γωνιακή ταχύτητα *Kepler* [145]).

Στις καταστάσεις  $r$  έχουμε ήδη αναφερθεί στην ενότητα 4.3.5 και για αυτό το λόγο παρακάτω θα παραθέσουμε συνοπτικά κάποιες σχέσεις που αξιοποιούμε για τη μελέτη τους. Η συνθήκη αστάθειας δίνεται με την ακόλουθη σχέση [110, 111, 114, 115]

$$\frac{1}{\tau_{GW}} + \frac{1}{\tau_{ee}} + \frac{1}{\tau_{nn}} = 0, \quad (4.92)$$

όπου  $\tau_{ee}$  και  $\tau_{nn}$  είναι οι χρονικές κλίμακες των διαφόρων μηχανισμών διάλυσης (σύμφωνα με τις σκεδάσεις ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου και νετρονίου-νετρονίου αντίστοιχα) που συμπεριλαμβάνονται στη παρούσα μελέτη. Η συνθήκη (4.92) οδηγεί στη κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα  $\Omega_c$  η οποία δίνεται από τη σχέση (για μια λεπτομερή ανάλυση βλέπε [115, 130, 167])

$$\frac{\Omega_c}{\Omega_0} = \left( -\frac{\tilde{\tau}_{GW}(\tilde{\tau}_{ee} + \tilde{\tau}_{nn})}{\tilde{\tau}_{ee}\tilde{\tau}_{nn}} \right)^{2/11} \left( \frac{10^8 \text{K}}{T} \right)^{2/11}, \quad (4.93)$$

Πίνακας 4.8: Ιδιότητες της πυρηνικής ύλης στην πυκνότητα κορεσμού  $n_s = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  για διάφορες παραμετροποιήσεις του μοντέλου *MDI*. Όλα τα μεγέθη είναι σε MeV.

Πυρηνικό μοντέλο	<i>MDI</i> (95-32)	<i>MDI</i> (100)	<i>MDI</i> (110)
$E(n_s, 0)$	-16.060	-16.060	-16.060
$K_0$	237.694	237.694	237.694
$E_{sym}^{PA}(n_s)$	33.082	30.379	31.158
$E_{sym,2}(n_s)$	32.000	30.000	32.040
$E_{sym,4}(n_s)$	0.656	-0.054	-1.566
$E_{sym,6}(n_s)$	0.197	0.224	0.503
$E_{sym,8}(n_s)$	0.084	0.074	0.035
$E_{sym,10}(n_s)$	0.044	0.041	0.049
$L_{PA}$	98.440	99.683	105.893
$L$	95.000	100.000	113.056
$L_4$	2.021	-1.858	-10.407
$L_6$	0.650	0.879	2.854
$L_8$	0.282	0.218	-0.133
$L_{10}$	0.148	0.135	0.209

όπου  $\Omega_0 = \sqrt{3GM/4R^3}$ ,  $T$  είναι η θερμοκρασία και επίσης

$$\tau_{GW} = \tilde{\tau}_{GW} \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^6, \quad \tau_{ii} = \tilde{\tau}_{ii} \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^{1/2} \left( \frac{10^8 \text{K}}{T} \right),$$

με  $ii = ee, nn$ . Επικεντρώνουμε στη περίπτωση που ο κύριος μηχανισμός απόσβεσης είναι λόγω του ιξώδους στο συνοριακό στρώμα του τέλεια άκαμπτου φλοιού και του υγρού πυρήνα. Σε αυτή τη περίπτωση, η αντίστοιχη κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα παίρνει τη μορφή [115, 130]

$$\begin{aligned} \Omega_c &= 1.93795 \times 10^5 \left( \frac{R_{core}}{km} \right)^{12/11} \left( \frac{\mathcal{E}_t}{\text{MeV fm}^{-3}} \right)^{3/11} \\ &\times \left( 1 + 0.25865 \left( \frac{\mathcal{E}_t}{\text{MeV fm}^{-3}} \right)^{1/8} \right)^{2/11} \\ &\times I(R_{core})^{-4/11} \left( \frac{10^8 \text{K}}{T} \right)^{2/11}. \end{aligned} \quad (4.94)$$

Από την (4.94) γίνεται εμφανής η άμεση εξάρτηση της  $\Omega_c$  από τη διεπαφή φλοιού-πυρήνα μέσω της  $\mathcal{E}_t$ , καθώς και έμμεσα από τις τιμές της ακτίνας του πυρήνα  $R_{core}$  και του ολοκληρώματος  $I(R_{core})$  όπου

$$I(R_{core}) = \int_0^{R_{core}} \left( \frac{\mathcal{E}(r)}{\text{MeV fm}^{-3}} \right) \left( \frac{r}{km} \right)^6 d \left( \frac{r}{km} \right), \quad (4.95)$$

Πίνακας 4.9: Ιδιότητες της πυρηνικής ύλης στην πυκνότητα κορεσμού  $n_s = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  για διάφορες παραμετροποιήσεις των μοντέλων *HLPS* και *Skyrme*. Όλα τα μεγέθη είναι σε MeV.

Πυρηνικό μοντέλο	<i>HLPS</i> ( <i>stiff</i> )	<i>HLPS</i> ( <i>soft</i> )	<i>SkI4</i>	<i>Ska</i>	<i>Sly4</i>
$E(n_s, 0)$	-15.841	-15.841	-15.935	-15.977	-15.977
$K_0$	239.828	239.828	247.640	292.164	232.853
$E_{sym}^{PA}(n_s)$	32.117	28.696	30.074	35.362	32.757
$E_{sym,2}(n_s)$	31.413	27.992	29.499	33.652	32.076
$E_{sym,4}(n_s)$	0.455	0.455	0.304	1.176	0.396
$E_{sym,6}(n_s)$	0.118	0.118	0.119	0.261	0.129
$E_{sym,8}(n_s)$	0.049	0.049	0.054	0.103	0.056
$E_{sym,10}(n_s)$	0.025	0.025	0.029	0.052	0.029
$L_{PA}$	50.795	30.908	61.177	82.499	47.264
$L$	49.387	29.500	60.415	76.060	45.971
$L_4$	0.910	0.910	0.154	4.518	0.615
$L_6$	0.236	0.236	0.246	0.953	0.294
$L_8$	0.097	0.097	0.122	0.371	0.135
$L_{10}$	0.050	0.050	0.068	0.186	0.073

με  $\mathcal{E}(r)$  να είναι η πυκνότητα ενέργειας της ύλης του αστέρα νετρονίων σε απόσταση  $r$  από το κέντρο.

Όσον αφορά τη παλιρροϊκή πολωσιμότητα (τη σχέση της με τα βαρυτικά κύματα [168, 169]) έχει γίνει αναφορά στην ενότητα 2.4 και αξίζει επίσης να μελετηθούν οι επιδράσεις της διεπαφής φλοιού-πυρήνα πάνω της.

Τέλος, εξετάζουμε την ελάχιστη μάζα ενός αστέρα νετρονίων, που εκτός από τη μέγιστη, παρουσιάζει, εξίσου, μεγάλο ενδιαφέρον στη αστροφυσική [170, 171]. Σχετίζεται με τη περίπτωση ενός αστέρα νετρονίων σε ένα διπλό σύστημα που έχει ένα πιο συμπαγή συνοδό (αστέρα νετρονίων ή μελανή οπή). Έτσι, ο χαμηλότερης μάζας αστέρας νετρονίων μεταφέρει μάζα σε ένα πιο μαζικό αντικείμενο, μια διαδικασία που τελικά οδηγεί στη προσέγγιση της ελάχιστης τιμής του. Με τελικό αποτέλεσμα, αν υπερβεί αυτή την τιμή, ο αστέρας νετρονίων να καταλήξει σε μια κατάσταση μη ισορροπίας. Η ελάχιστη αυτή μάζα αποτελεί ένα απόλυτο χαρακτηριστικό, ανεξάρτητο των λεπτομερειών της ΚΕΣ, και καλά περιορισμένο γύρω από την τιμή  $M_{min} \simeq 0.1 M_{\odot}$ . Αυτό συμβαίνει επειδή οι αντίστοιχες κεντρικές πυκνότητες βρίσκονται κοντά στις τιμές των πυκνοτήτων μετάβασης  $n_t$ . Οπότε, αφού είναι γνωστή η εξίσωση του φλοιού, όλες οι θεωρητικές προβλέψεις για την  $M_{min}$  συγκλίνουν. Όμως, η αντίστοιχη ακτίνα  $R_{min}$  είναι πολύ ευαίσθητη στις λεπτομέρειες της ΚΕΣ. Αναμένουμε, λοιπόν, ότι η τοποθεσία της μετάβασης φλοιού-πυρήνα θα επηρεάσει αισθητά τις τιμές της  $R_{min}$ . Στη παρούσα δουλειά εξετάζουμε το εύρος αυτής της επίδρασης από τις τιμές των  $n_t$  (και  $P_t$ ).

### 4.5.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων και σχόλια

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των υπολογισμών μας. Στους Πίνακες 4.11 και 4.12 παραθέτουμε τις υπολογισμένες τιμές της πυκνότητας μετάβασης και της αντίστοιχης πίεσης. Σε κάθε μοντέλο μέσα σε παρένθεση βρίσκεται η τιμή της παραμέτρου κλίσης  $L$ . Επίσης, για τις περιπτώσεις  $MDI(95-30)$  και  $MDI(95-32)$  έχουμε  $L = 95$  MeV με  $E_{sym,2}(n_s) = 30$  MeV και  $E_{sym,2}(n_s) = 32$  MeV αντίστοιχα. Οι υπολογισμοί έχουν πραγματοποιηθεί χρησιμοποιώντας τόσο τη θερμοδυναμική όσο και τη δυναμική μέθοδο. Σε κάθε περίπτωση, υπολογίζουμε με βάση τη πλήρη έκφραση της ενέργειας ανά βαρυόνιο του κάθε μοντέλου, τη παραβολική προσέγγιση (βλέπε 4.24) και τους αντίστοιχους όρους του αναπτύγματος (βλέπε 4.17) μέχρι δεκάτης τάξης. Για περαιτέρω διευκρινίσεις παρουσιάζουμε τα αποτελέσματά μας στα Σχήματα 4.6-4.9.

Παρατηρούμε πως όσο υψηλότερη είναι η τάξη των όρων του αναπτύγματος, τόσο χαμηλότερες είναι οι τιμές των  $n_t$  και  $P_t$ . Επίσης, όσο υψηλότερη είναι η τιμή της παραμέτρου κλίσης  $L$ , τόσο μεγαλύτερη είναι και η απόκλιση ανάμεσα στις προβλέψεις των όρων δεύτερης τάξης και της αντίστοιχης πλήρους έκφρασης. Με άλλα λόγια, σύμφωνα με αυτά που βρήκαμε, για μικρότερες τιμές της  $L$  έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια της παραβολικής προσέγγισης. Αξίζει να σημειωθεί ότι η τετραγωνική εξάρτηση της  $P_t$  από τη  $n_t$  [βλέπε (4.34)] αντανακλάται στις παρούσες προβλέψεις και κύρια στη διασπορά των αποτελεσμάτων για υψηλές τιμές της  $L$ . Ως γενικός κανόνας φαίνεται να ισχύει ότι η θερμοδυναμική μέθοδος οδηγεί σε υψηλότερες τιμές των  $P_t$  και  $n_t$  σε σύγκριση με τη δυναμική. Όμως, το πιο διακριτό χαρακτηριστικό είναι η εμφάνιση μιας εξάρτησης της  $n_t$  από την  $L$  και στις δύο μεθόδους που αφορούν τη πλήρη έκφραση των μοντέλων μας. Βρήκαμε πως, ανεξαρτήτως μοντέλου, υπάρχει μια κανονικότητα στη προαναφερθείσα εξάρτηση όπου η αύξηση της  $L$  οδηγεί σε μείωση της  $n_t$ . Με σκοπό να υποστηρίξουμε ακόμα καλύτερα τα αποτελέσματά μας αξιοποιούμε την παρακάτω σχέση, όπως αυτή παρουσιάζεται στην [194]

$$n_t = \frac{S}{30 \text{ MeV}} \left( 0.1327 - 0.0898 \left( \frac{L}{70 \text{ MeV}} \right) + 0.0228 \left( \frac{L}{70 \text{ MeV}} \right)^2 \right) \quad (\text{fm}^{-3}), \quad (4.96)$$

όπου τα  $S$  και  $L$  μετριούνται σε MeV. Όπως γίνεται φανερό από τη σύγκριση στο Σχήμα 4.10, υπάρχει πολύ καλή ταύτιση της παραπάνω προσέγγισης με τα αποτελέσματά μας, και ειδικά με αυτά από τη δυναμική μέθοδο.

Στη συνέχεια, για την εφαρμογή των αποτελεσμάτων μας σε τέσσερις συγκεκριμένες ιδιότητες των αστέρων νετρονίων αξιοποιούμε το μοντέλο  $MDI(80)$ , ως χαρακτηριστικό παράδειγμα.

**Ροπή αδράνειας φλοιού:** Οι επιδράσεις της ενέργειας συμμετρίας πάνω στο ποσοστό που αντιστοιχεί στο φλοιό ενός στατικού και αργά περιστρεφόμενου αστέρα νετρονίων με μάζα  $M = 1.4 M_\odot$  παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.11. Όσα βρήκαμε επιβεβαιώνουν προηγούμενες προβλέψεις για ένα στατι-

κό αστέρα νετρονίων, ότι δηλαδή η ροπή αδράνειας του φλοιού είναι αρκετά ευαίσθητη από τη περιοχή φλοιού-πυρήνα. Πιο συγκεκριμένα, στο Σχήμα 4.11(a), παρουσιάζουμε την εξάρτηση του λόγου  $I_{crust}/I$  από τη μάζα. Η εφαρμογή της δυναμικής μεθόδου, χρησιμοποιώντας τη πλήρη έκφραση, οδηγεί σε χαμηλότερες τιμές του  $I_{crust}/I$ , σε σύγκριση με τη θερμοδυναμική. Οι δύο οριζόντιες γραμμές αναπαριστούν, η καθεμιά, ένα πιθανό περιορισμό πάνω στο λόγο  $I_{crust}/I$  που εισάγει ο παλμίτης *Vela* (αν υποθέσουμε πως έχουμε ένα αστέρα νετρονίων μάζας  $M = 1.4 M_{\odot}$ ). Το χαμηλότερο όριο, 0.014, είχε προταθεί στην [8], ενώ το υψηλότερο, 0.07, στις [149, 150] με σκοπό να εξηγηθούν οι ανωμαλίες περιστροφής (*glitches*). Είναι αξιοσημείωτο, στο Σχήμα 4.11(b), ότι οι προβλέψεις των προσεγγίσεων (4.65) και (4.91) είναι σχεδόν ταυτόσημες με τη περίπτωση της πλήρους έκφρασης (και στις δύο μεθόδους), ενώ διακρίσιμες αποκλίσεις εμφανίζονται στη περίπτωση της ΠΠ. Υποθέτουμε πως στη περίπτωση ενός γρήγορα περιστρεφόμενου αστέρα νετρονίων (κοντά στο όριο της γωνιακής ταχύτητας *Kepler*) οι επιδράσεις του αναπτύγματος της ενέργειας συμμετρίας πάνω στο λόγο  $I_{crust}/I$  θα είναι δραματικές. Έτσι, θα πρέπει να επιλεγεί με προσοχή η κατάλληλη μέθοδος με τη πλήρη έκφραση. Ειδικά, η ακρίβεια των προβλέψεων θα είναι αβέβαιη.

**Αστάθεια κατάστασης  $r$ :** Σύμφωνα με την (4.94), η κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα  $\Omega_c$  είναι ευαίσθητη στις αλλαγές της ακτίνας του πυρήνα ενός αστέρα νετρονίων  $R_{core}$  και της πυκνότητας ενέργειας  $\mathcal{E}_t$ . Στο Σχήμα 4.12 παραθέτουμε τη περιοχή αστάθειας της κατάστασης  $r$  για τέσσερις επιλεγμένες περιπτώσεις του μοντέλου *MDI*(80) και για  $M = 1.4 M_{\odot}$  και  $M = 1.8 M_{\odot}$ , αντίστοιχα. Επιπροσθέτως, συμπεριλάβαμε τις περιπτώσεις των *LMXBs* και μερικών *MSRPs* (*millisecond radio pulsars*). Να σημειώσουμε εδώ ότι οι εκτιμήσεις της θερμοκρασίας του πυρήνα  $T$  έχουν μεγάλες αβεβαιότητες (βλέπε [158]). Επειδή, όμως, ασχολούμαστε με το ρόλο της μετάβασης φλοιού-πυρήνα δεν ασχολούμαστε παραπάνω με αυτές. Οι πλήρεις εκφράσεις (και για τις δύο μεθόδους) οδηγούν σε χαμηλότερες τιμές όταν αυτές συγκρίνονται με τις αντίστοιχες της ΠΠ, μεγαλώνοντας έτσι τη περιοχή αστάθειας. Με άλλα λόγια, η ΠΠ οδηγεί σε στενότερη περιοχή αστάθειας για τις ίδιες τιμές θερμοκρασίας. Για αυτό το λόγο, από τη στιγμή που η απόσβεση λόγω ιξώδους στο συνοριακό στρώμα του τέλεια άκαμπτου φλοιού και του υγρού πυρήνα είναι ύψιστης σημασίας για τις μελέτες των καταστάσεων  $r$ , πρέπει κανείς να χρησιμοποιεί προσεκτικά τη μέθοδο για την εκτίμηση του ορίου φλοιού-πυρήνα.

**Παλιρροϊκή πολωσιμότητα:** Στο Σχήμα 4.13 παρουσιάζουμε τον αριθμό *Love*  $k_2$  ως μια συνάρτηση της μάζας για τέσσερις περιπτώσεις. Προφανώς, ο  $k_2$  είναι σχεδόν ανεπηρέαστος από τη προσέγγιση. Όμως, στη περίπτωση της παλιρροϊκής πολωσιμότητας  $\beta$ , οι επιδράσεις είναι πιο εμφανείς για χαμηλές μάζες αστέρων νετρονίων. Ειδικότερα, στη περίπτωση της πλήρους έκφρασης, και οι δύο μέθοδοι οδηγούν σε παρόμοιες προβλέψεις ενώ στην ΠΠ, και οι δύο πηγαίνουν προς υψηλότερες τιμές της  $\beta$ . Συμπερασματικά, οι επιδράσεις είναι μικρές αλλά όχι αμελητέες.

**Ελάχιστη μάζα αστέρα νετρονίων:** Στο Σχήμα 4.14 παραθέτουμε τη



Πίνακας 4.10: Η διαμόρφωση (*configuration*) ελάχιστης μάζας (συμπεριλαμβανομένων της ελάχιστης μάζας  $M_{min}$ , της αντίστοιχης ακτίνας  $R_{min}$ , και της κεντρικής πυκνότητας  $\rho_c$ ) των κρύων και στατικών αστέρων νετρονίων με χρήση του μοντέλου *MDI(80)* για το πυρήνα και του μοντέλου *BPS* [121] για το φλοιό.

Μοντέλο	$M_{min}$ ( $M_{\odot}$ )	$R_{min}$ (km)	$\rho_c$ ( $10^{14}$ gr $\text{cm}^{-3}$ )
ΘΠΑ	0.0920	245	2.135
ΘΠΠ	0.0919	219	2.141
ΔΠΑ	0.0896	255	2.154
ΔΠΠ	0.0922	243	2.109

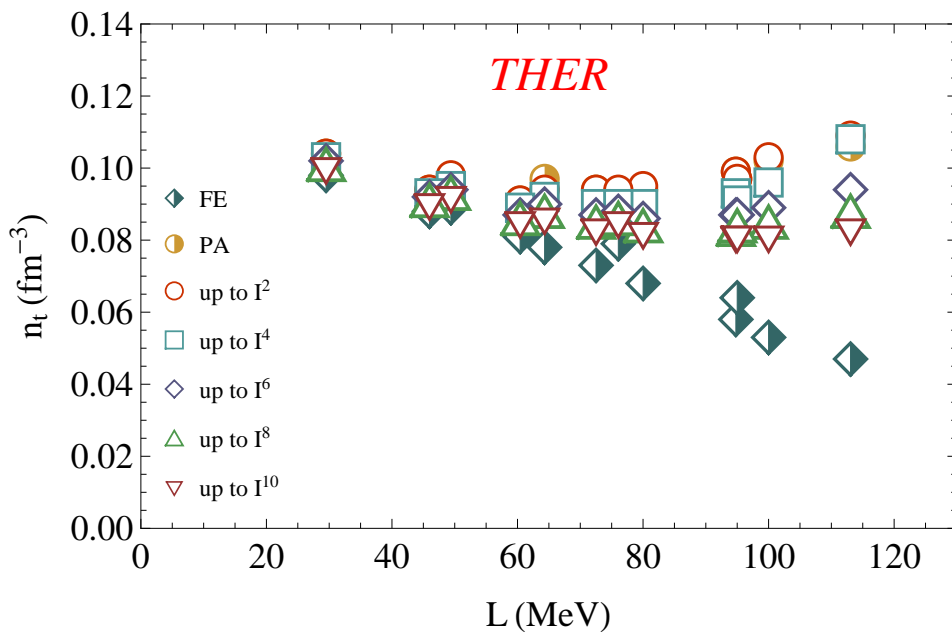
βαρυτική μάζα σε συνάρτηση της ακτίνας κοντά στη περιοχή ελάχιστης βαρυτικής μάζας. Επιπρόσθετα, στο Πίνακα 4.10 παρουσιάζουμε την ελάχιστη μάζα, την αντίστοιχη ακτίνα και την κεντρική πυκνότητα ενέργειας για τις τέσσερις περιπτώσεις. Θα πρέπει να επισημανθεί πως μια ακριβής εξέταση της ελάχιστης μάζας απαιτεί τη χρήση του ίδιου πυρηνικού μοντέλου τόσο για το πυρήνα όσο και για το φλοιό (άρα και για τη περιοχή του συνόρου τους). Όμως, αφού κύριος σκοπός ήταν η επίδραση της ενέργειας συμμετρίας στη περιοχή της πυκνότητας και πίεσης μετάβασης, χρησιμοποιήσαμε το ίδιο πυρηνικό μοντέλο για το πυρήνα ενώ η ΚΕ του φλοιού πάρθηκε από το μοντέλο *BPS* [121]. Οι προβλέψεις μας βρίσκονται κοντά σε αυτές που βρέθηκαν από τους *Haensel et al.* [170] χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικά πυρηνικά μοντέλα. Προφανώς, όπως ήταν αναμενόμενο, οι επιδράσεις στην ελάχιστη μάζα είναι σχεδόν αμελητέες. Παρόλα αυτά, οι επιδράσεις είναι πιο εμφανείς στη περίπτωση της αντίστοιχης ακτίνας, και εξαρτώνται τόσο από τη μέθοδο όσο και από τη προσέγγιση. Πιο συγκεκριμένα, αν λάβουμε υπόψη τη πιο ακροβή μέθοδο (δηλαδή τη πλήρη έκφραση στη δυναμική μέθοδο) και τη λιγότερο ακριβή (δηλαδή τη ΠΠ στη θερμοδυναμική) τότε εμφανίζεται μια σημαντική απόκλιση γύρω στο 16%. Επιπλέον, είναι εμφανές ότι ενώ οι κεντρικές τιμές της πυκνότητας ενέργειας στη θερμοδυναμική μέθοδο είναι παρόμοιες με αυτές στη δυναμική, η πλήρης έκφραση οδηγεί σε ελαφρώς υψηλότερες τιμές. Συμπεραίνουμε πως οι επιδράσεις της διεπαφής φλοιού-πυρήνα στην ελάχιστη μάζα είναι μικρές αλλά όχι αμελητέες. Επειδή οι τιμές της κεντρικής πυκνότητας είναι χαμηλότερες της πυκνότητας κορεσμού  $\rho_s \approx 2.7 \times 10^{14}$  gr  $\text{cm}^{-3}$ , αξίζει να σχολιαστεί κάτι ακόμα. Σε αυτή τη περίπτωση, η δομή του πυρήνα θυμίζει ένα μεγάλο πεπερασμένο ατομικό πυρήνα και για αυτό το λόγο τον καθιστά ένα αστροφυσικό εργαστήρι για τον έλεγχο ιδιοτήτων που εμφανίζει η πυρηνική ύλη στις χαμηλές πυκνότητες. Με βάση τα παραπάνω, θα έχει ενδιαφέρον να μελετηθούν επιπλέον επιδράσεις στην ελάχιστη μάζα, λόγω θερμοκρασίας και περιστροφής, και παραπέρα να συσχετιστούν με γνωστές ιδιότητες των πεπερασμένων ατομικών πυρήνων.

Πίνακας 4.11: Πυκνότερες μετάβασης (σε  $\text{fm}^{-3}$ ) και πιέσεις μετάβασης (σε  $\text{MeV fm}^{-3}$ ) υπολογισμένες με χρήση του πλήρους αναπτύγματος για το κάθε μοντέλο ( $n_t^{FE}, P_t^{FE}$ ), της παραβολικής προσέγγισης ( $n_t^{PA}, P_t^{PA}$ ) και του αναπτύγματος για την κάθε ΚΕ βάσει της (4.17) με όρους μέχρι τάξης  $2k$  ( $n_{t,2k}, P_{t,2k}$ ). Όλοι οι υπολογισμοί έχουν πραγματοποιηθεί στο πλαίσιο της θερμοδυναμικής μεθόδου.

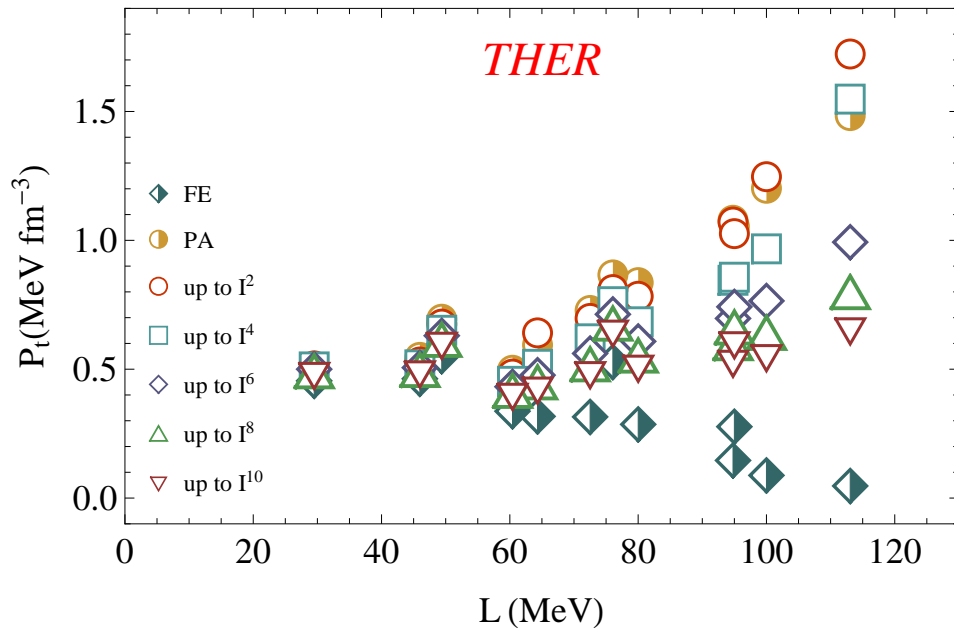
Μοντέλο	$n_t^{FE}$	$P_t^{FE}$	$n_t^{PA}$	$P_t^{PA}$	$n_{t,2}$	$P_{t,2}$	$n_{t,4}$	$P_{t,4}$	$n_{t,6}$	$P_{t,6}$	$n_{t,8}$	$P_{t,8}$	$n_{t,10}$	$P_{t,10}$
MDI(65)	0.078	0.317	0.097	0.594	0.094	0.641	0.092	0.519	0.090	0.477	0.088	0.449	0.086	0.428
MDI(72.5)	0.073	0.315	0.094	0.728	0.094	0.697	0.090	0.618	0.087	0.561	0.085	0.519	0.083	0.488
MDI(80)	0.068	0.286	0.094	0.836	0.095	0.783	0.090	0.684	0.086	0.608	0.084	0.553	0.082	0.513
MDI(95-30)	0.058	0.146	0.099	1.078	0.099	1.071	0.093	0.845	0.087	0.697	0.083	0.601	0.081	0.532
MDI(95-32)	0.064	0.277	0.097	1.054	0.097	1.026	0.091	0.857	0.087	0.742	0.084	0.662	0.081	0.604
MDI(100)	0.053	0.088	0.102	1.202	0.103	1.247	0.096	0.967	0.089	0.765	0.085	0.641	0.081	0.554
MDI(110)	0.047	0.047	0.106	1.484	0.109	1.723	0.108	1.548	0.094	0.993	0.088	0.799	0.083	0.658
HILPS(49.4)	0.089	0.551	0.097	0.694	0.098	0.675	0.095	0.651	0.094	0.630	0.093	0.614	0.092	0.602
HILPS(29.5)	0.098	0.455	0.104	0.495	0.105	0.513	0.103	0.509	0.102	0.500	0.101	0.492	0.100	0.485
SkI4(60.4)	0.081	0.337	0.091	0.496	0.091	0.481	0.089	0.453	0.087	0.432	0.086	0.416	0.085	0.404
Skα(76.1)	0.079	0.528	0.093	0.866	0.094	0.809	0.090	0.762	0.088	0.713	0.086	0.677	0.085	0.649
Slγ4(46)	0.088	0.463	0.094	0.546	0.094	0.528	0.093	0.517	0.092	0.506	0.091	0.497	0.090	0.491

Πίνακας 4.12: Πυκνότερες μεταβάσεις (σε  $\text{fm}^{-3}$ ) και πιέσεις μετάβασης (σε  $\text{MeV fm}^{-3}$ ) υπολογισμένες με χρήση του πλήρους αναπτύγματος για το κάθε μοντέλο ( $n_t^{FE}, P_t^{FE}$ ), της παραβολικής προσέγγισης ( $n_t^{PA}, P_t^{PA}$ ) και του αναπτύγματος για την κάθε ΚΕ βάσει της (4.17) με όρους μέχρι τάξης  $2k$  ( $n_{t,2k}, P_{t,2k}$ ). Όλοι οι υπολογισμοί έχουν πραγματοποιηθεί στο πλαίσιο της δυναμικής μεθόδου.

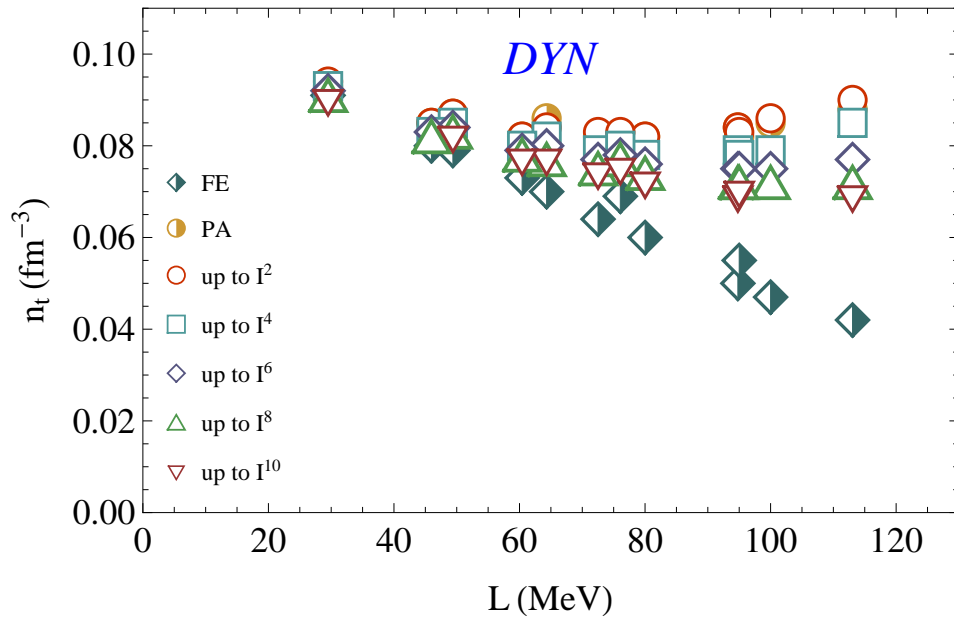
Μοντέλο	$n_t^{FE}$	$P_t^{FE}$	$n_t^{PA}$	$P_t^{PA}$	$n_{t,2}$	$P_{t,2}$	$n_{t,4}$	$P_{t,4}$	$n_{t,6}$	$P_{t,6}$	$n_{t,8}$	$P_{t,8}$	$n_{t,10}$	$P_{t,10}$
MDI(65)	0.070	0.232	0.086	0.425	0.084	0.488	0.082	0.365	0.080	0.339	0.077	0.322	0.077	0.309
MDI(72.5)	0.064	0.212	0.082	0.483	0.083	0.458	0.079	0.413	0.077	0.380	0.075	0.354	0.074	0.334
MDI(80)	0.060	0.181	0.082	0.529	0.082	0.492	0.078	0.441	0.076	0.396	0.074	0.363	0.072	0.337
MDI(95-30)	0.050	0.075	0.084	0.615	0.084	0.602	0.079	0.479	0.075	0.400	0.072	0.347	0.069	0.309
MDI(95-32)	0.055	0.157	0.082	0.641	0.083	0.618	0.078	0.524	0.075	0.457	0.072	0.409	0.070	0.374
MDI(100)	0.047	0.039	0.085	0.656	0.086	0.670	0.079	0.508	0.075	0.408	0.072	0.343	0.069	0.298
MDI(110)	0.042	0.016	0.088	0.804	0.090	0.919	0.085	0.699	0.077	0.488	0.072	0.392	0.069	0.325
HILPS(49.4)	0.079	0.415	0.087	0.525	0.087	0.509	0.085	0.493	0.084	0.478	0.083	0.466	0.082	0.457
HILPS(29.5)	0.091	0.339	0.093	0.366	0.094	0.403	0.093	0.376	0.092	0.376	0.091	0.371	0.090	0.399
SkI4(60.4)	0.073	0.248	0.082	0.356	0.082	0.343	0.080	0.327	0.079	0.314	0.078	0.304	0.077	0.296
Skα(76.1)	0.069	0.377	0.082	0.622	0.083	0.580	0.080	0.553	0.078	0.520	0.077	0.494	0.075	0.474
Slγ4(46)	0.080	0.365	0.085	0.427	0.085	0.411	0.083	0.405	0.083	0.398	0.082	0.392	0.082	0.387



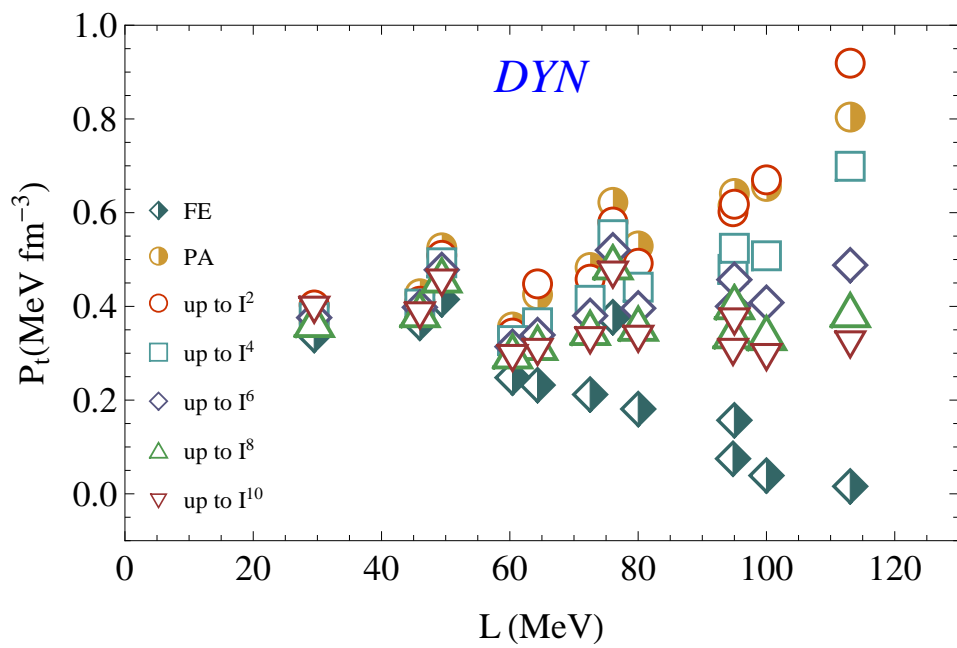
Σχήμα 4.6: Η πυκνότητα μετάβασης  $n_t$  ως συνάρτηση της κλίσης  $L$  των διαφόρων μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη μας. Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν με τη θερμοδυναμική μέθοδο χρησιμοποιώντας το πλήρες ανάπτυγμα (ημισυμπληρωμένοι ρόμβοι) για κάθε μοντέλο, την παραβολική προσέγγιση (ημισυμπληρωμένοι κύκλοι) και αναπτύγματα μέχρι δεύτερης (κύκλοι), τετάρτης (τετράγωνα), έκτης (ρόμβοι), ογδόης (τρίγωνα) και δεκάτης τάξης (ανάποδα τρίγωνα) με βάση την (4.17).



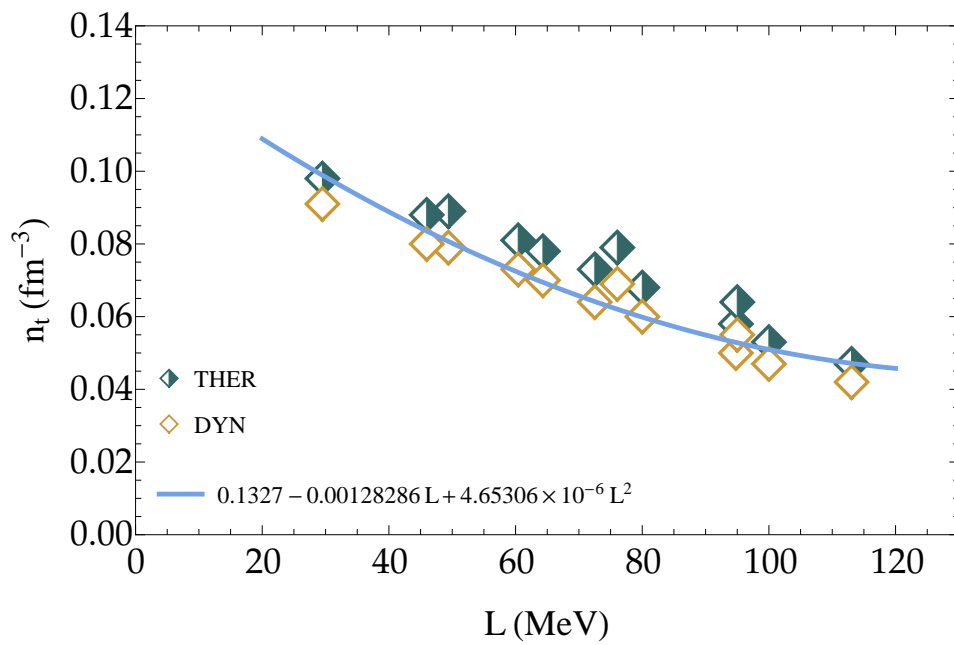
Σχήμα 4.7: Η πίεση μετάβασης  $P_t$  ως συνάρτηση της κλίσης  $L$  των διαφόρων μοντέλων χρησιμοποιώντας τη θερμοδυναμική μέθοδο (για λεπτομέρειες δείτε τον υπότιτλο του Σχήματος 4.6).



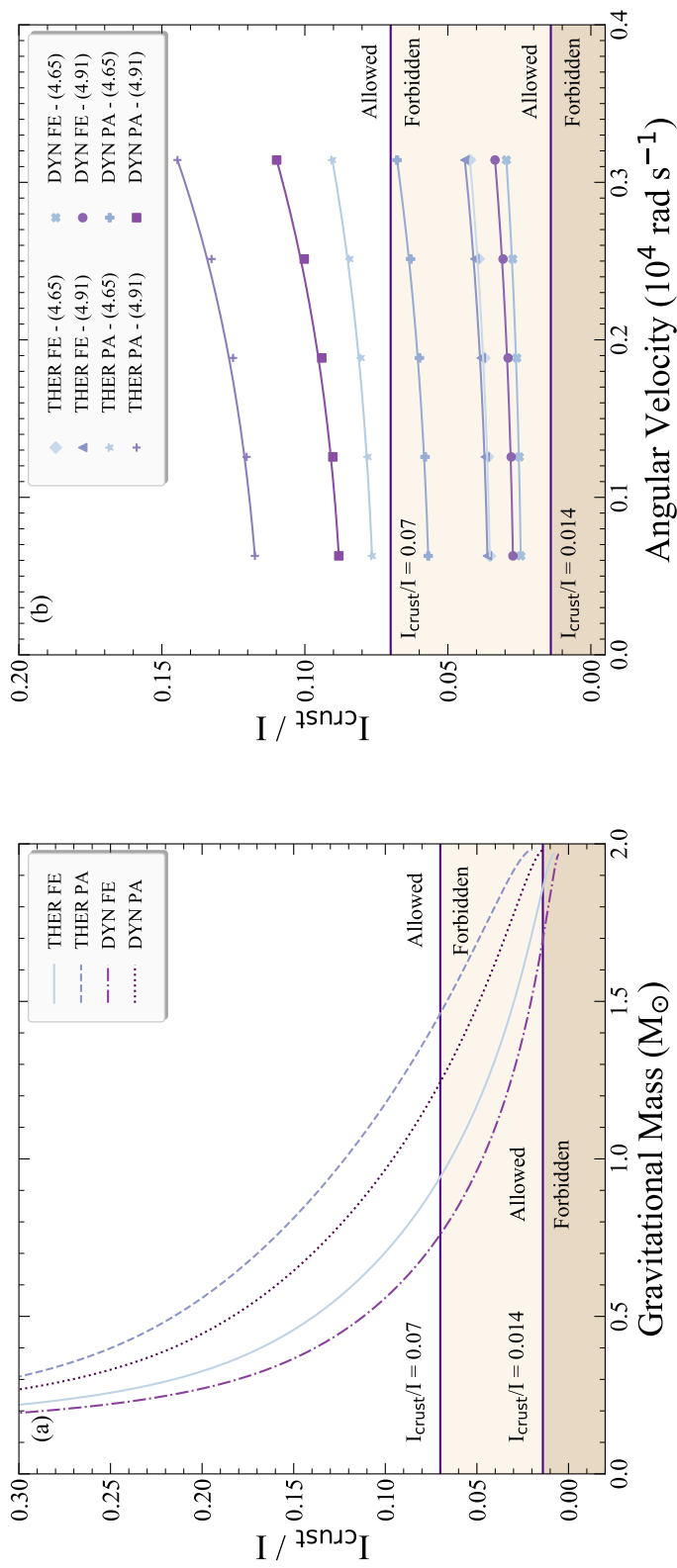
Σχήμα 4.8: Η πυκνότητα μετάβασης  $n_t$  ως συνάρτηση της κλίσης  $L$  των διαφόρων μοντέλων χρησιμοποιώντας τη δυναμική μέθοδο (για λεπτομέρειες δείτε τον υπότιτλο του Σχήματος 4.6).



Σχήμα 4.9: Η πίεση μετάβασης  $P_t$  ως συνάρτηση της κλίσης  $L$  των διαφόρων μοντέλων χρησιμοποιώντας τη δυναμική μέθοδο (για λεπτομέρειες δείτε τον υπότιτλο του Σχήματος 4.6).

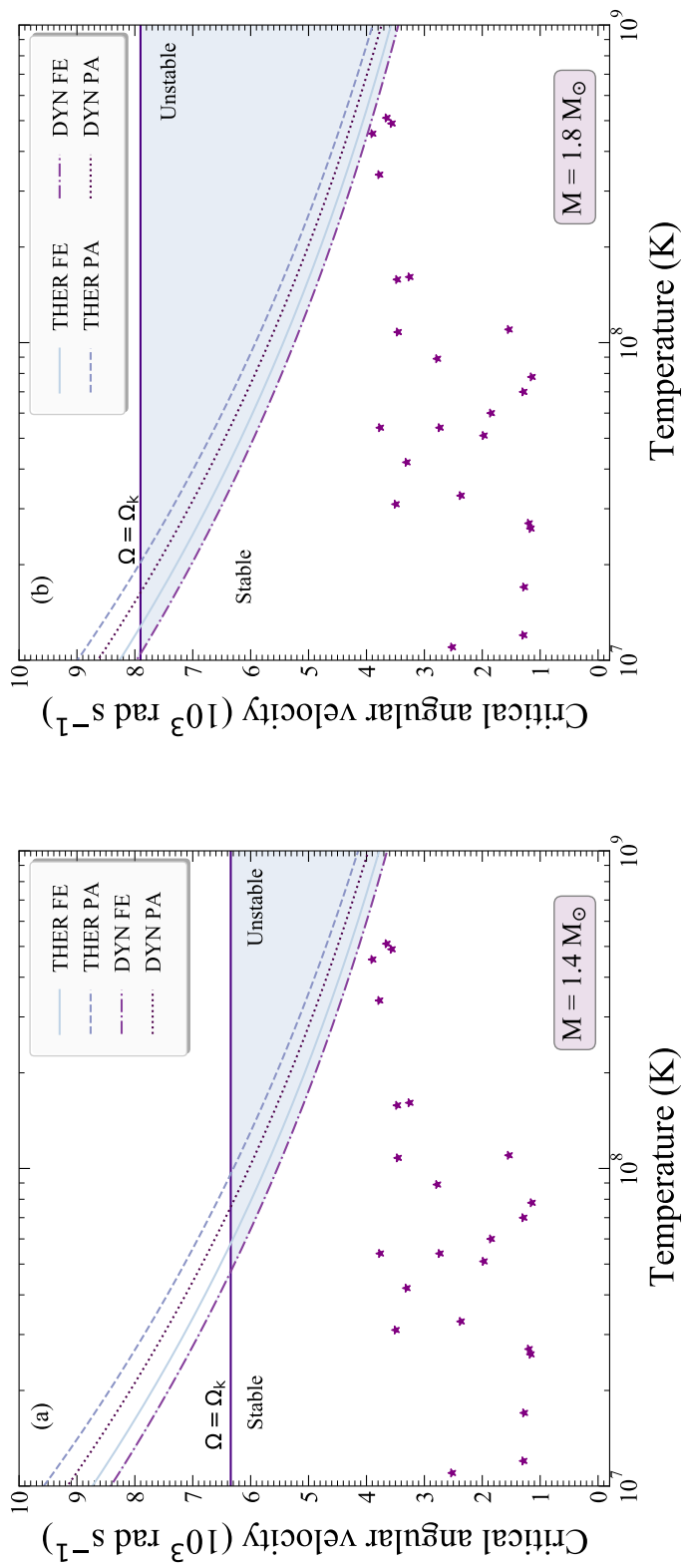


Σχήμα 4.10: Η πυκνότητα μετάβασης  $n_t^{FE}$  ως συνάρτηση της κλίσης  $L$  με τη χρήση της θερμοδυναμικής και δυναμικής μεθόδου αντίστοιχα για το κάθε μοντέλο. Για σύγκριση παρουσιάζουμε γραφικά τη σχέση (4.96) με  $S = 30$  MeV.

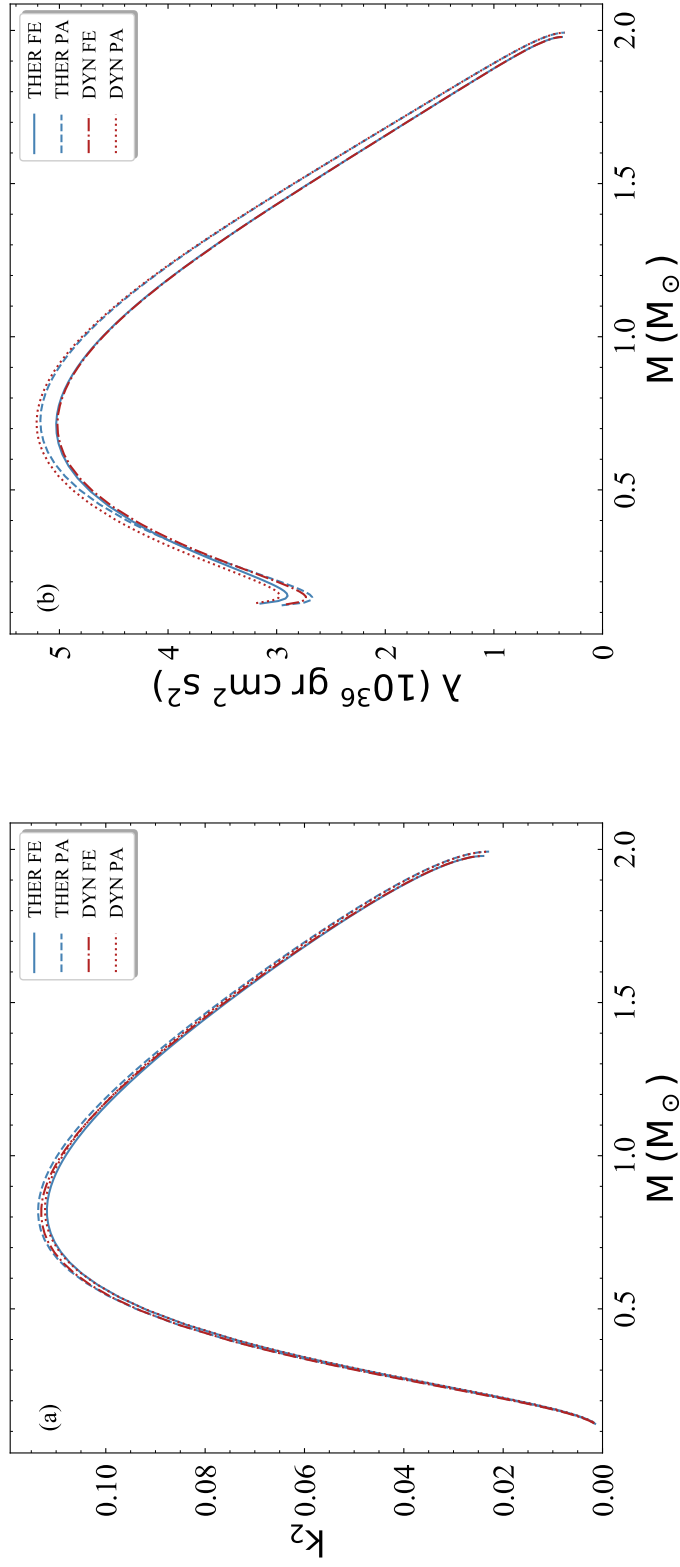


Σχήμα 4.11: (α) Το ποσοστό της ροπής αδράνειας του φλοιού ως συνάρτηση της βαρυτικής μάζας για τις τέσσερις επιλεγμένες περιπτώσεις χρησιμοποιώντας την (4.65). (β) Το ποσοστό της ροπής αδράνειας του φλοιού για έναν αστέρα νετρονίων με  $M = 1.4 M_{\odot}$  ως συνάρτηση της γωνιακής ταχύτητας για τις τέσσερις επιλεγμένες περιπτώσεις, χρησιμοποιώντας τις (4.65) και (4.91). Συμπεριλαμβάνονται επίσης οι περιοχές που ορίζονται από τις  $I_{\text{crust}}/I = 0.07$  και  $I_{\text{crust}}/I = 0.014$ , οι οποίες αναπαριστούν ένα πιθανό περιορισμό που εξάγεται από τον παλιτή *Vela* θεωρώντας έναν αστέρα νετρονίων με  $M = 1.4 M_{\odot}$  (για περισσότερα βλ. στο κείμενο).

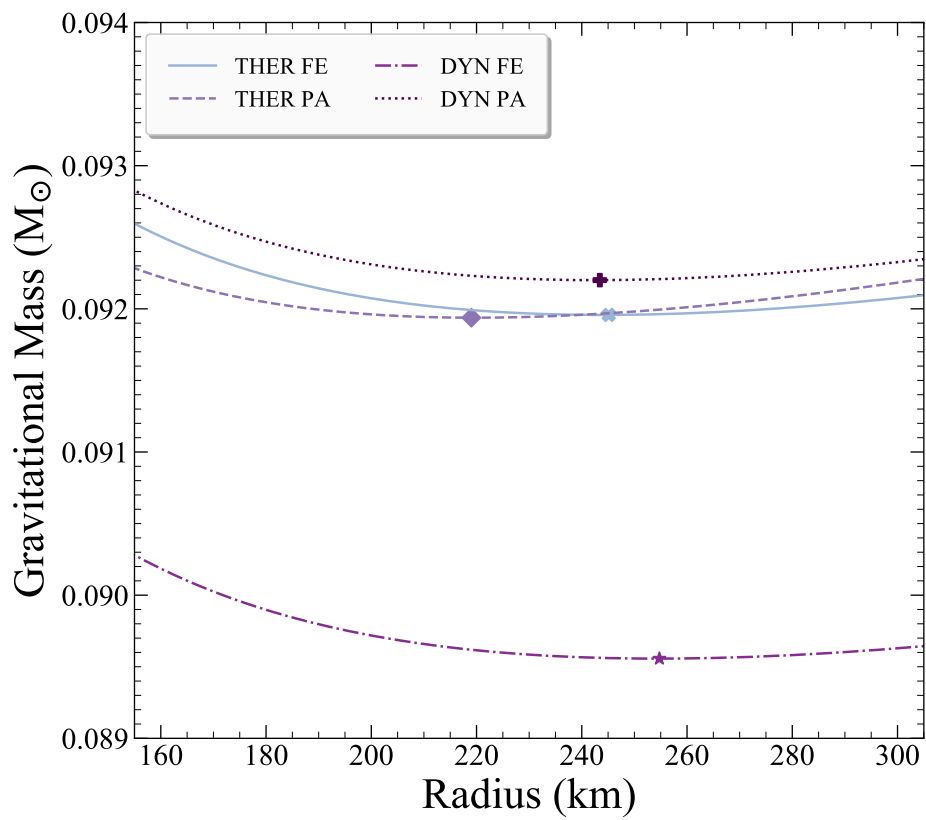




Σχήμα 4.12: Η κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα ως συνάρτηση της θερμοκρασίας για τις τέσσερις επιλεγμένες περιπτώσεις για έναν αστέρα νετρονίων με (a)  $M = 1.4 M_\odot$  και (b)  $M = 1.8 M_\odot$ . Για σύγκριση, παρουσιάζονται με αστέρια οι παρατηρούμενες περιπτώσεις των LMXBs και MSRPs από τους *Haskell et al.* [158], ενώ με οριζόντια γραμμή αναπαριστάται η γωνιακή ταχύτητα *Kepler*  $\Omega_k$  [37]. Η σκιασμένη περιοχή αντιστοιχεί στη περιοχή αστάθειας της κατάστασης  $r$ .



Σχήμα 4.13: (α) Ο παλιρροϊκός αριθμός Love  $k_2$  και (β) η παλιρροϊκή πολωσιμότητα  $\lambda$  ως συνάρτηση της βαρυτικής μάζας για τις τέσσερις επιλεγμένες περιπτώσεις.



Σχήμα 4.14: Η βαρυτική μάζα ως συνάρτηση της ακτίνας κοντά στη περιοχή ελάχιστης βαρυτικής μάζας για τις επιλεγμένες περιπτώσεις. Η ελάχιστη μάζα υποδεικνύεται με ένα χι για τη ΘΠΑ, με ρόμβο για τη ΘΠΠ, με αστέρι για τη ΔΠΑ και με σταυρό για τη ΔΠΠ.

## Κεφάλαιο 5

# ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συνοψίζοντας μπορούμε να αναφερθούμε στα βασικά συμπεράσματα της δουλειάς αυτής, που σκοπό είχε τη μελέτη της καταστατικής εξίσωσης των αστέρων νετρονίων (κατά συνέπεια και της πυκνής πυρηνικής ύλης).

Η μελέτη μας ξεκίνησε με τους περιορισμούς που εισάγει το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου στην ΚΕ και τις διάφορες μακροσκοπικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε μια ποικιλία πυρηνικών μοντέλων σε συνδυασμό με τα ακόλουθα τρία άνω όρια:  $v_s = c$ ,  $v_s = c/\sqrt{3}$  και το όριο που προκύπτει από τη σχετικιστική κινητική θεωρία. Επιλέγοντας σε ποια τιμή πυκνότητας θα γίνεται η μετάβαση (κρίσιμη πυκνότητα) αναγκάσαμε την ΚΕ (πιο συγκεκριμένα την παράγωγο της  $dP/dE$ ) να επιδεικνύει συγκεκριμένη συμπεριφορά ανάλογα με το όριο. Αυτό που προέκυψε ήταν (α) ο περιορισμός  $v_s \leq c/\sqrt{3}$  πάνω στην ΚΕ να μειώνει δραστικά τη μέγιστη τιμή της μάζας των αστέρων νετρονίων ( $M_{max} \leq 2M_\odot$ ) για μια ομάδα πυρηνικών μοντέλων (τόσο μη σχετικιστικών όσο και σχετικιστικών), καθιστώντας τα έτσι ασύμβατα με τις αστροφυσικές παρατηρήσεις πιο μαζικών αστέρων νετρονίων. Οι άλλοι δύο περιορισμοί διαμορφώνουν αστέρες νετρονίων με μέγιστες τιμές μαζών αρκετά υψηλές ώστε να συμβαδίζουν με τις παρατηρήσεις. (β) Η παλιρροϊκή πολωσιμότητα, μια ακόμα ποσότητα που μελετήσαμε, φαίνεται να έχει εξάρτηση από την εκάστοτε ΚΕ αλλά και από τους περιορισμούς που βάζει η ταχύτητα του ήχου.

Μελλοντικά η ταυτόχρονη μέτρηση της μάζας  $M$  και της  $\beta$  θα βοηθήσουν στην καλύτερη κατανόηση της *stiffness* της καταστατικής εξίσωσης. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήσεις από ανιχνευτές τρίτης γενιάς θα βοηθήσουν για αυτούς τους περιορισμούς στη περιοχή υψηλών πυκνοτήτων και για περισσότερες πληροφορίες που να σχετίζονται με το άνω όριο της ταχύτητας του ήχου στην αδρονική ύλη. Ειδικά το τελευταίο έχει ιδιαίτερη σημασία για συνεπείς προβλέψεις της μέγιστης μάζας ενός αστέρα νετρονίων. Επιπρόσθετα, μπορούμε να πούμε ότι η μελλοντική ανίχνευση και ανάλυση βαρυτικών κυ-

μάτων σε διπλά συστήματα αστέρων νετρονίων θα φωτίσει πτυχές αυτού του προβλήματος.

Στη συνέχεια, επεκτείνουμε τη μελέτη μας όχι μόνο σε ακολουθίες στατικών αστέρων νετρονίων (όπως παραπάνω) αλλά και σε περιστρεφόμενους για διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου και πυκνότητες μετάβασης. Μελετήσαμε μακροσκοπικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων σε συσχέτιση με την πυκνότητα μετάβασης και τη βαρυτική μάζα. Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς για τη βαρυτική τους μάζα, ακτίνα, γωνιακή ταχύτητα, παράμετρο αδιάστατου σπιν (*Kerr*) και ροπή αδράνειας. Βρήκαμε σχέσεις ανάμεσα στις προαναφερθείσες ιδιότητες και την πυκνότητα μετάβασης (κρίσιμη), καθώς και με τη βαρυτική μάζα για διάφορα άνω όρια, κατασκευάζοντας αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Πιο συγκεκριμένα, η εξάρτηση της βαρυτικής μάζας, όπως και της ακτίνας, από την πυκνότητα μετάβασης για τον υπολογισμό της μέγιστης μάζας στην ακολουθία *Kepler* είναι αυτή μιας φθίνουσας συνάρτησης για όλα τα, προς μελέτη, άνω όρια, ώσπου να καταλήξει σε μια σταθερή τιμή. Η σχέση που φτιάξαμε από τα δεδομένα έχει το πλεονέκτημα ότι περιγράφει το σύνολο της περιοχής τιμών της πυκνότητας μετάβασης, σε αντίθεση με παλαιότερες που περιέγραφαν μόνο την περιοχή  $[1.5n_s, 3n_s]$ . Ενδιαφέρον έχει, για την περίπτωση του ορίου  $c/\sqrt{3}$ , η συμπεριφορά της ακτίνας που ξεφεύγει πάνω από τις τιμές που παίρνει για τα άλλα δύο όρια περίπου μετά στο σημείο  $3n_s$ . Αυτή η επίδραση πιθανά να μας δώσει πληροφορίες για την παραμόρφωση του αστερά και να βοηθήσει στον περιορισμό της ακτίνας, που αποτελεί ανοιχτό πρόβλημα της σύγχρονης αστροφυσικής.

Έπειτα, στη μελέτη της εξάρτησης της γωνιακής ταχύτητας με την πυκνότητα μετάβασης (πάλι στην ακολουθία *Kepler*), βρήκαμε ότι αν και η πιο *stiff* ΚΕ προκύπτει στην περίπτωση με  $1.5n_s$  η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα πετυχαίνεται για  $3n_s$  σε κάθε περίπτωση. Ειδικότερα, στις περιπτώσεις  $c$  και αυτή της σχετικιστικής κινητικής θεωρίας, μετά το σημείο  $3n_s$ , παρατηρείται μια μείωση στη γωνιακή ταχύτητα ενώ στην περίπτωση  $c/\sqrt{3}$ , σταθεροποιείται σε μια συγκεκριμένη τιμή μετά από το προαναφερθέν σημείο. Η σημασία αυτού του αποτελέσματος πρέπει να συνδυαστεί με αυτό για τη βαρυτική μάζα, και την ακτίνα, μιας και η γωνιακή ταχύτητα *Kepler* έχει μια πολύπλοκη εξάρτηση από τις δύο αυτές ιδιότητες [37].

Επιπρόσθετα, για τη σχέση παραμέτρου *Kerr*-πυκνότητας μετάβασης παρατηρούμε ότι η πρώτη για το άνω όριο  $c$  παίρνει μεγαλύτερες τιμές από ότι στις άλλες δύο περιπτώσεις. Για την πιο ακραία περίπτωση (αυτή είναι για  $n_{tr} = 1.5n_s$  και άνω όριο  $v_s = c$ ), η παράμετρος *Kerr* έχει ως μέγιστη τιμή γύρω στα 0.8. Το αποτέλεσμα αυτό συνδέεται με το γεγονός ότι η βαρυτική κατάρρευση ενός ομοιόμορφα περιστρεφόμενου αστερά νετρονίων, λόγω διατήρησης μάζας-ενέργειας και στροφορμής, δε μπορεί να οδηγήσει σε μια μέγιστη περιστρεφόμενη μελανή οπή *Kerr* [37].

Στην πιο ακραία περίπτωση για τη ροπή αδράνειας υπολογίζουμε τη μέγιστη τιμή γύρω στα  $14 \times 10^{45} \text{ g cm}^2$ , για αυτή με  $c/\sqrt{3}$  βρίσκουμε μόλις  $6 \times$

$10^{45} \text{ g cm}^2$ . Η επίδραση από τα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου είναι έντονη, με μια μείωση μέχρι και 2.5 φορές ανάμεσα στα όρια  $c$  και  $c/\sqrt{3}$ . Αυτό το αποτέλεσμα θα μπορούσε να οδηγήσει σε πιθανούς περιορισμούς της συχνότητας περιστροφής των αστέρων νετρονίων, μιας και η ροπή αδράνειας εκφράζει πόσο γρήγορα περιστρέφεται ένα αντικείμενο.

Για τη μελέτη της χρονικής εξέλιξης των αστέρων νετρονίων σε συνάρτηση με τα διάφορα άνω όρια της ταχύτητας του ήχου οδηγηθήκαμε στις ακολουθίες σταθερής βαρυονικής μάζας. Προέκυψε ότι η μέγιστη δυνατή μάζα ηρεμίας περιορίζεται ανάλογα με το άνω όριο, με την ελάχιστη από αυτές τις τιμές να αντιστοιχεί στο άνω όριο  $c/\sqrt{3}$ . Από την ακολουθία *LSRMS*, είναι εμφανές ότι η κανονική περιοχή για τους αστέρες νετρονίων επεκτείνεται προς τα κάτω σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα. Το τελευταίο χαμηλώνει τις συχνότητες περιστροφής για τους αστέρες νετρονίων.

Επιπλέον, σχεδιάζοντας την ελάχιστη περίοδο περιστροφής ως συνάρτηση της σφαιρικής βαρυτικής μάζας παρατηρήσαμε ότι για την περίπτωση του άνω ορίου  $v_s/c = 1/\sqrt{3}$  περιορίζεται σημαντικά η επιτρεπτή περιοχή για τους αστέρες νετρονίων με ταυτόχρονη απόκλιση μιας πληθώρας ρεαλιστικών εξισώσεων. Φαίνεται πως αυτό το όριο μπορεί να παρέχει ισχυρούς περιορισμούς για τη μέγιστη βαρυτική μάζα αλλά και για την ελάχιστη περίοδο περιστροφής.

Είδαμε στο Κεφάλαιο 3 ότι οι δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, η μία με ασυνέχεια στην πυκνότητα μετάβασης και η άλλη χωρίς, συγκλίνουν αποδεικνύοντας ότι υπάρχει ανεξαρτησία από την περιοχή χαμηλών τιμών πυκνοτήτων της καταστατικής εξίσωσης.

Οι πρόσφατες ανισχεύσεις διπλών συστημάτων αστέρων νετρονίων και οι μετρήσεις αντιστοιχών ακτινοβολούμενων βαρυτικών κυμάτων μπορούν να αποτελέσουν ένα ισχυρό εργαλείο στη μελέτη συμπαγών αστέρων, κύρια αστέρων νετρονίων και μελανών οπών, παρέχοντάς μας και την συχνότητα *Kepler*. Η παρατηρησιακή μέτρηση της τελευταίας όπως και των υπολοίπων μακροσκοπικών ιδιοτήτων, μαζί με τις θεωρητικές προβλέψεις, θα βοηθήσουν στη διαμόρφωση ισχυρών περιορισμών για την περιοχή υψηλών τιμών της πυκνότητας στην ΚΕ. Ταυτόχρονα, οι παρατηρήσεις αυτές θα βοηθήσουν στον έλεγχο της εγκυρότητας των προτεινόμενων άνω ορίων της ταχύτητας του ήχου στην πυκνή πυρηνική ύλη [50].

Πέρα από την περιοχή υψηλών τιμών πυκνοτήτων επεκτείναμε τη μελέτη μας και στην περιοχή με χαμηλές τιμές, όπως αυτή ανάμεσα στο φλοιό και τον εξωτερικό πυρήνα ενός αστέρα νετρονίων. Οι τιμές της πυκνότητας, της πίεσης και της πυκνότητας ενέργειας στη διεπαφή φλοιού-πυρήνα (η οποία εξαρτάται αρκετά από την εφαρμοζόμενη ΚΕ) παίζουν σημαντικό ρόλο σε ιδιότητες (στατικές και δυναμικές) αλλά και διαδικασίες των αστέρων νετρονίων. Η πίεση μετάβασης είναι άμεσα συνδεδεμένη με τη μάζα του φλοιού ενώ η ακτίνα ενός αστέρα νετρονίων μπορεί να καθοριστεί, με μέτρια ακρίβεια, από την  $P_t$ . Η ακριβής γνώση των τιμών των  $n_t$  και  $\mathcal{E}_t$ , για έναν αστέρα νετρονίων με καθορισμένη μάζα και ακτίνα, οδηγεί σε καθορισμό της ακτίνας του πυρήνα με μεγάλη ακρίβεια. Βασιζόμενοι σε θεωρητικά και εμπειρικά επιχει-

ρήματα κατασκευάσαμε μια ημιαναλυτική έκφραση που συνδέει, ανεξαρτήτως μοντέλου, την  $P_t$  με την παράμετρο κλίσης  $L$ , για καθορισμένες τιμές της ενέργειας συμμετρίας στην πυκνότητα κορεσμού. Η τιμή του χρόνου θερμικής αποκατάστασης του φλοιού κατά τη διαδικασία ψύξης όπως και οι συχνότητες του αντίστοιχα εμφανίζουν ευαισθησία στο πάχος του και στη συνολική ακτίνα του αστέρα (άρα από τη διεπαφή πυρήνα-φλοιού). Βρήκαμε πως ακόμα και για το ίδιο μοντέλο η τιμή του  $t_w$  μειώνεται σημαντικά, ειδικά για έναν αστέρα νετρονίων με μικρή μάζα αν εφαρμοστεί η μέθοδος ΔΠΑ (σε σύγκριση με την ΘΠΠ). Επιπλέον, η χρήση της ΔΠΑ οδηγεί σε μείωση της προβλεπόμενης μάζας (για δοσμένες τιμές της ακτίνας) σε σύγκριση με τη ΘΠΠ για τη συχνότητα  $f_{n=1,l-1}$ . Με τη μέθοδο ΔΠΑ μικραίνει η επιτρεπόμενη περιοχή στο διάγραμμα  $M - R$  λόγω αντίστοιχων χαμηλότερων τιμών της ροπής αδράνειας του φλοιού. Τέλος, υπάρχει μια κάποια εξάρτηση της κρίσιμης συχνότητας από την  $n_l$  και την  $P_t$ . Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος ΔΠΑ μεγαλώνει την περιοχή αστάθειας με συνέπεια την αύξηση της πιθανότητας οι αστέρες νετρονίων να αποτελούν πηγές βαρυτικών κυμάτων, μέσω της αστάθειας της κατάστασης  $r$ . Επιπροσθέτως, εφαρμόζουμε την αναλυτική λύση *Tolman VII* των εξισώσεων *TOV* ώστε να βρούμε αναλυτικές εκφράσεις για τις κρίσιμες συχνότητες και τις σχετικές κλίμακες χρόνου, για την αστάθεια κατάστασης  $r$ , σε σχέση με τις αριθμητικές προβλέψεις. Έχουμε ήδη παρουσιάσει την εξάρτηση των παραπάνω ποσοτήτων από την πυκνότητα μετάβασης και την ενεργειακή πυκνότητα. Όλα τα παραπάνω υποδεικνύουν ότι ο παρατηρησιακός καθορισμός του πάχους του φλοιού, η ροπή αδράνειάς του, ο χρόνος θερμικής αποκατάστασης, οι ημιπεριοδικές συχνότητες ταλαντώσεων και οι κρίσιμες συχνότητες μπορούν να περιορίσουν σημαντικά την ΚΕ ενός αστέρα νετρονίων κοντά στη διεπαφή πυρήνα-φλοιού και το ανάποδο.

Σκοπός μας για τη μελέτη των ιδιοτήτων της διεπαφής πυρήνα-φλοιού (όπως πυκνότητα, πίεση, χημικά δυναμικά, κ.ά.) ήταν να δούμε μέχρι που φτάνει η επίδραση σε αυτές από τους περιορισμούς της καταστατικής εξίσωσης. Επικεντρώσαμε στις επιδράσεις του σφάλματος που εισάγει η παραβολική προσέγγιση στο πλαίσιο της δυναμικής και θερμοδυναμικής μεθόδου. Εκτιμούμε ότι παρόλο που η ΠΠ είναι μια ακριβής προσέγγιση για την ολική ενέργεια ανά βαρυόνιο της πυρηνικής ύλης, η παράγωγός της (που εμπλέκεται στους υπολογισμούς των  $n_l$  και  $P_t$  διαμέσου της ενέργειας συμμετρίας) δεν είναι. Κατά συνέπεια, οι αποκλίσεις από τη χρήση του ΠΑ είναι σημαντικές και πρέπει να ληφθούν υπόψη. Συνολικά, ό,τι παρουσιάσαμε υποστηρίζει ότι η εκτίμηση της περιοχής της διεπαφής πυρήνα-φλοιού με μεγάλη ακρίβεια βοηθά στην αξιοπιστία των περιορισμών στην ΚΕ.

Επεκτείνοντας τη δουλειά μας στη περιοχή φλοιού-πυρήνα είδαμε πως οι τιμές της πυκνότητας μετάβασης και της αντίστοιχης πίεσης είναι ευαίσθητες στην τάξη του αναπτύγματος της ολικής ενέργειας ως προς τη παράμετρο ασυμμετρίας  $I$  καθώς και από την εφαρμοζόμενη μέθοδο. Επιπρόσθετα, βρήκαμε ότι όσο πιο χαμηλή η τιμή της  $L$  τόσο πιο μικρή και η απόκλιση των αποτελεσμάτων. Για υψηλές τιμές της  $L$ , η απόκλιση γίνεται σημαντική

και πρέπει να ληφθεί υπόψη ώστε να εξασφαλιστεί η ακρίβεια των εφαρμογών. Αξίζει να σημειωθεί ότι η χρήση της πλήρους έκφρασης με τη δυναμική μέθοδο προβλέπει τιμές της πυκνότητας μετάβασης που ικανοποιούν μια γενική σχέση με τη παράμετρο κλίσης και έτσι όπως αυτή έχει ήδη προταθεί από τους *Steiner et al.* [194]. Οι αντίστοιχες προβλέψεις της θερμοδυναμικής μεθόδου μετατοπίζονται σε ελαφρώς υψηλότερες τιμές. Αυτά τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν, για ακόμη μια φορά, ότι η δυναμική μέθοδος είναι πιο ολοκληρωμένη και κατά συνέπεια πιο ακριβής σε σχέση με τη θερμοδυναμική.

Τα παραπάνω αποτελέσματα για τις τιμές  $n_t$  και  $P_t$  εφαρμόστηκαν σε προβλέψεις που αφορούν ολικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων και επηρεάζονται άμεσα από τη περιοχή μετάβασης ανάμεσα σε φλοιό και πυρήνα. Σύμφωνα με αυτά που βρήκαμε, οι επιδράσεις είναι πιο έντονες πάνω στη ροπή αδράνειας του φλοιού και τη κρίσιμη συχνότητα που σχετίζεται με τις αστάθειες των καταστάσεων  $r$ . Σε αντίθεση, δε παρατηρείται τόσο έντονη επίδραση γύρω από την εκτίμηση της παλιρροϊκής πολωσιμότητας, χωρίς αυτό να σημαίνει πως είναι αμελητέα. Επιπρόσθετα, όσον αφορά την ελάχιστη μάζα, ενώ οι επιδράσεις είναι σχεδόν απαραίτητες για την ελάχιστη βαρυτική μάζα και την αντίστοιχη καντρική πυκνότητα, παρουσιάζεται μια σημαντική επίδραση στην αντίστοιχη ακτίνα.

Καταλήγουμε πως η δυναμική μέθοδος, στο πλαίσιο της αξιοποίησης της πλήρους έκφρασης της ολικής ενέργειας, οδηγεί σε πιο ακριβείς προβλέψεις για τις σχετικές ιδιότητες των αστέρων νετρονίων. Σε αντίθεση, η ευρέως χρησιμοποιούμενη θερμοδυναμική μέθοδος στο πλαίσιο της ΠΠ είναι αξιοποιήσιμη για πιο γενικές προβλέψεις.

Εν κατακλείδι, θεωρούμε πως η μελέτη μας πετυχαίνει να βάλει ένα ακόμα λιθαράκι στη μελέτη της καταστατικής εξίσωσης της πυρηνικής ύλης αξιοποιώντας τις πληροφορίες που παρέχουν οι αστέρες νετρονίων, βοηθώντας τόσο να προχωρήσουμε προς τη διελεύκανση του μυστηρίου της δομής αυτών των συμπαγών αντικειμένων όσο και στον εμπλουτισμό της γνώσης μας για τη συμπεριφορά της πυκνής πυρηνικής ύλης.



## Παράρτημα Α΄

# ΠΥΡΗΝΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Για να λύσουμε τις εξισώσεις TOV απαιτείται να εισάγουμε μια ΚΕ. Τα πυρηνικά μοντέλα που παρουσιάζουμε σε αυτό το κεφάλαιο μας δίνουν αυτές τις ΚΕς, ανάλογα με την αλλαγή που κάνουμε στις παραμέτρους του εκάστοτε μοντέλου. Συνεπώς, μπορούμε να πούμε ότι το κάθε μοντέλο αναπαριστά μια ΚΕ για συγκεκριμένες παραμέτρους. Στη παρούσα διατριβή αξιοποιούμε σχετικιστικά και μη σχετικιστικά πυρηνικά μοντέλα, που είναι κατάλληλα να αναπαράγουν βασικές ιδιότητες της πυρηνικής ύλης σε χαμηλές πυκνότητες, κοντά στη πυκνότητα κορεσμού, αλλά και τις μέγιστες παρατηρήσιμες μάζες αστέρων νετρονίων.

### Α΄.1 Το μοντέλο MDI

Το μοντέλο αλληλεπίδρασης εξαρτημένης από ορμή (από δω και στο εξής μοντέλο MDI) είναι το κύριο πυρηνικό μοντέλο που χρησιμοποιούμε στη παρούσα διατριβή. Είναι ένα μη σχετικιστικό μοντέλο (για περισσότερα βλέπε [172]) που έχει σχεδιαστεί για να αναπαράγει ιδιότητες τόσο της πυρηνικής ύλης όσο και αυτής που είναι πλούσια σε νετρόνια για μηδενική θερμοκρασία. Επίσης, υπάρχει η δυνατότητα να γίνει επέκταση του μοντέλου και για πεπερασμένες μη μηδενικές τιμές θερμοκρασιών. Η ενέργεια ανά βαρυόνιο για  $T = 0$  δίνεται από τη παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} E(n, I) = & \frac{3}{10} E_F^0 u^{2/3} \left[ (1+I)^{5/3} + (1-I)^{5/3} \right] + \frac{1}{3} A \left[ \frac{3}{2} - \left( \frac{1}{2} + x_0 \right) I^2 \right] u \\ & + \frac{\frac{2}{3} B \left[ \frac{3}{2} - \left( \frac{1}{2} + x_3 \right) I^2 \right] u^\sigma}{1 + \frac{2}{3} B' \left[ \frac{3}{2} - \left( \frac{1}{2} + x_3 \right) I^2 \right] u^{\sigma-1}} \quad (A.1) \\ & + \frac{3}{2} \sum_{i=1,2} \left[ C_i + \frac{C_i - 8Z_i}{5} I \right] \left( \frac{\Lambda_i}{k_F^0} \right)^3 \left( \frac{((1+I)u)^{1/3}}{\frac{\Lambda_i}{k_F^0}} - \tan^{-1} \frac{((1+I)u)^{1/3}}{\frac{\Lambda_i}{k_F^0}} \right) \\ & + \frac{3}{2} \sum_{i=1,2} \left[ C_i - \frac{C_i - 8Z_i}{5} I \right] \left( \frac{\Lambda_i}{k_F^0} \right)^3 \left( \frac{((1-I)u)^{1/3}}{\frac{\Lambda_i}{k_F^0}} - \tan^{-1} \frac{((1-I)u)^{1/3}}{\frac{\Lambda_i}{k_F^0}} \right), \end{aligned}$$

όπου  $u = n/n_s$ . Οι παράμετροι  $A, B, \sigma, C_1, C_2$  και  $B'$  έχουν επιλεγεί έτσι ώστε να περιγράφονται οι ιδιότητες της συμμετρικής πυρηνικής ύλης στη πυκνότητα κορεσμού  $n_s$ . Επιπλέον, επιλέγοντας κατάλληλα τις παραμέτρους  $x_0, x_3, Z_1$  και  $Z_2$ , μπορούμε να πάρουμε διαφορετικές μορφές για την εξάρτηση της ενέργειας συμμετρίας (*symmetry energy*) από τη πυκνότητα καθώς και για τις τιμές της κλίσης (*slope parameter*)  $L$  και της ενέργειας συμμετρίας στη πυκνότητα κορεσμού [115]. Για κάθε τιμή της  $L$  η εξάρτηση από τη πυκνότητα της ενέργειας συμμετρίας ρυθμίζεται έτσι ώστε η ενέργεια της καθαρά νετρονικής ύλης να είναι συγκρίσιμη με υπάρχοντες *state of the art* υπολογισμούς.

## Α.2 Το μοντέλο *NLD*

Είναι ένα σχετικιστικό μοντέλο μέσου πεδίου με εξάρτηση από την ορμή και βασίζεται στη κβαντική χρωμοδυναμική (*QCD*) [174–177]. Στη *QCD* τα νουκλεόνια περιγράφονται από σπίνορες *Dirac*, που αλληλεπιδρούν μέσω ανταλλαγής μεσονίων στο πνεύμα του μοντέλου ανταλλαγής ενός μποζονίου (*one-boson-exchange model*) [178]. Εκφρασμένα συναλλοίωτα, αυτά τα δυνητικά μεσόνια χαρακτηρίζονται από τρία πεδία, ένα βαθμωτό *Lorentz*, ισοβαθμωτό  $\sigma$ , ένα διανυσματικό *Lorentz*, ισοβαθμωτό  $\omega$  και ένα διανυσματικό *Lorentz*, ισοδιανυσματικό  $\rho$  [177]. Τα πεδία ανταλλαγής  $\sigma$  και  $\omega$  είναι υπεύθυνα για το μηχανισμό σύνδεσης της τυπικής πυρηνικής ύλης, ενώ το πεδίο  $\rho$  είναι απαραίτητο για την περιγραφή της ασύμμετρης ύλης με όρους ισοσπίν.

Υιοθετούμε τη προσέγγιση σχετικιστικού μέσου πεδίου (*RMF*) με αλληλεπίδραση που εξαρτάται από μη γραμμικούς διαφορικούς τελεστές, το λεγόμενο μοντέλο *NLD* (*NonLinear Derivative*) [179, 180]. Είναι χρήσιμο για εφαρμογές σε συστήματα πέρα από την πυκνότητα κορεσμού, επειδή συμπεριλαμβάνει ρητά την εξάρτηση της αλληλεπίδρασης από την ορμή. Η προσέγγιση *NLD* αναπαράγει ιδιότητες της πυρηνικής ύλης και, ταυτόχρονα, την εμπειρική εξάρτηση της ορμής σε δυναμικά που η πυρηνική ύλη αλληλεπιδρά με νουκλεόνια αλλά και στη περίπτωση που αυτή αλληλεπιδρά με αντινουκλεόνια.

Η πυκνότητα ενέργειας σε αυτό το μοντέλο δίνεται από τη χρονοειδή συνιστώσα  $00$  του τανυστή ενέργειας - ορμής και γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \sum_{i=p,n} \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{p}| \leq p_{F_i}} E(\vec{p}) d^3p \\ & + \frac{1}{2} (m_\sigma^2 \sigma^2 + 2U(\sigma) - m_\omega^2 \omega^2 - m_\rho^2 \rho^2). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Ο πρώτος όρος στην (Α.2) είναι η συνεισφορά της κινητικής ενέργειας, ενώ οι υπόλοιποι εμφανίζονται λόγω της αλληλεπίδρασης με την πυρηνική ύλη, η οποία προκαλείται από τα τρία δυνητικά μεσόνια  $\sigma, \omega$  και  $\rho$  με μάζες  $m_\sigma, m_\omega$

και  $m_p$  αντίστοιχα. Η επιπρόσθετη συνεισφορά μέσω του  $U(\sigma)$  συμπεριλαμβάνει τις συμβατικές μη γραμμικές αυτοεπιδράσεις του πεδίου  $\sigma$ , έτσι όπως έχει προταθεί από τον *Boguta* [181]. Η παραπάνω εξίσωση για τη πυκνότητα ενέργειας έχει παρόμοια έκφραση με τα συνήθη μοντέλα *RMF*. Όμως, οι μη γραμμικές επιδράσεις προκαλούνται από τους κανονικοποιητές *NLD*. Με βάση την αναφορά [179], η εξάρτηση από την ορμή ρυθμίζει τη συμπεριφορά των όρων που αφορούν τις μεσονικές πηγές για μεγάλες τιμές ορμής και επηρεάζει τη σχέση διάχυσης, από την οποία υπολογίζεται η ενέργεια  $E = E(\vec{p})$ . Η ΚΕ *NLD* είναι *soft* για πυκνότητες λίγο μεγαλύτερες της πυκνότητας κορεσμού, αλλά γίνεται *stiff* για υψηλότερες τιμές πυκνότητας. Το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να αναπαράγει τις δύο ηλιακές μάζες για αστέρες νετρονίων, όπως έχουν παρατηρηθεί.

### Α.3 Το μοντέλο *HLPS*

Το μοντέλο αυτό έχει αναπτυχθεί από τους *Hebeler, Lattimer, Pethick* και *Schwenk* [136, 182] με σκοπό να περιορίσει τις ιδιότητες της πλούσιας σε νετρόνια ύλης κάτω από τις πυρηνικές πυκνότητες που μελετάμε. Έχει τη δυνατότητα να εξηγήσει τους μαζικούς αστέρες νετρονίων με  $M = 2M_\odot$ . Η ενέργεια ανά σωματίδιο δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{E(u, x)}{T_0} &= \frac{3}{5} (x^{5/3} + (1-x)^{5/3}) (2u)^{2/3} \\ &\quad - [(2a - 4a_L)x(1-x) + a_L] u \\ &\quad + [(2\eta - 4\eta_L)x(1-x) + \eta_L] u^\gamma, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

όπου  $T_0 = (3\pi^2 n_0/2)^{2/3} \hbar^2 / (2m) = 36.84 \text{ MeV}$ . Ενώ η αντίστοιχη πίεση δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{P(u, x)}{n_0 T_0} &= \frac{2}{5} (x^{5/3} + (1-x)^{5/3}) (2u)^{5/3} \\ &\quad - [(2a - 4a_L)x(1-x) + a_L] u^2 \\ &\quad + \gamma [(2\eta - 4\eta_L)x(1-x) + \eta_L] u^{\gamma+1}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Οι παράμετροι  $a$ ,  $\eta$ ,  $a_L$  και  $\eta_L$  καθορίζονται από τον συνδυασμό των ιδιοτήτων κορεσμού της συμμετρικής πυρηνικής ύλης και των μικροσκοπικών υπολογισμών για τη νετρονική ύλη. Η παράμετρος  $\gamma$  χρησιμοποιείται για να ρυθμίζει τις τιμές του μέτρου συμπίεσης  $K$  και επηρεάζει το εύρος των τιμών της ενέργειας συμμετρίας καθώς και της αντίστοιχης παραγώγου της ως προς την πυκνότητα.

#### Α.4 Το μοντέλο $H - HJ$

Οι *Heiselberg* και *Hjorth - Jensen* [183, 184] υιοθέτησαν την ακόλουθη απλή μορφή που περιγράφει την ενέργεια ανά σωματίδιο μέσα στην πυρηνική ύλη,

$$E = E_0 u \frac{u - 2 - d}{1 + du} + S_0 u^\gamma (1 - 2x)^2, \quad (\text{A.5})$$

όπου  $E_0 = -15.8 \text{ MeV}$ . Οι παράμετροι  $d$  και  $\gamma$  είναι προσαρμοσμένες για την ΚΕ των *Akmal et al.* [66], τόσο για την καθαρά νετρονική ύλη όσο και για τη συμμετρική πυρηνική. Όμως, παραμένει αμφισβητήσιμη η συμπεριφορά της ΚΕ αυτής επειδή στις υψηλές πυκνότητες παραβιάζει τη ταχύτητα του φωτός.

#### Α.5 Τα μοντέλα *Skyrme*

Στη παραμετροποίηση *Skyrme* η ενέργεια ανά βαρυόνιο της ασύμμετρης πυρηνικής ύλης περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned} E(n, I) = & \frac{3}{10} \frac{\hbar^2 c^2}{m} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} n^{2/3} F_{5/3}(I) \\ & + \frac{1}{8} t_0 n [2(x_0 + 2) - (2x_0 + 1)F_2(I)] \\ & + \frac{1}{48} t_3 n^{\sigma+1} [2(x_3 + 2) - (2x_3 + 1)F_2(I)] \\ & + \frac{3}{40} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} n^{5/3} \left[ (t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)) F_{5/3}(I) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)) F_{8/3}(I) \right], \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

όπου  $F_m(I) = \frac{1}{2} [(1 + I)^m + (1 - I)^m]$ . Η παραμετροποίηση δίνεται στις αναφορές [185, 186].

#### Α.6 Η σχετικιστική κινητική θεωρία

Σύμφωνα με τη σχετικιστική κινητική θεωρία, η ΚΕ πρέπει να ικανοποιεί κάποιες συνθήκες. Πιο συγκεκριμένα, οι καταστάσεις ισορροπίας του ρευστού, που περιγράφει η ΚΕ, θα πρέπει να είναι θερμοδυναμικά ευσταθείς και οι διαταραχές ως προς την ισορροπία θα πρέπει να διαδίδονται αιτιωδώς βάσει υπερβολικών εξισώσεων [187].

Συνοψίζοντας, στη θεωρία των *Israel-Stewart* [188, 189] οι θερμοδυναμικές μεταβλητές που περιγράφουν το ρευστό πρέπει να ικανοποιούν ένα σύνολο συνθηκών ώστε το ρευστό να είναι θερμοδυναμικά ευσταθές, να τηρεί την αιτιότητα και να είναι υπερβολικό. Οι υπολογισμοί για τα βασικά συστατικά των παραπάνω συνθηκών γίνονται σε μη αλληλεπιδρώντα εκφυλισμένα αέρια *Fermi* [189, 192]. Στο όριο χαμηλών θερμοκρασιών  $1/kT \rightarrow \infty$  οι

συνθήκες δίνονται από τις ακόλουθες ανισότητες (για περισσότερα βλέπε αναφορά [192]):

$$\mathcal{E} \geq 0, \quad P \geq 0, \quad (P + \mathcal{E}) \left( \frac{v_s}{c} \right)^2 \geq 0, \quad \left( \frac{v_s}{c} \right)^2 \leq \frac{\mathcal{E} - P/3}{P + \mathcal{E}}, \quad P \leq 3\mathcal{E}. \quad (\text{A'.7})$$

Οι συνθήκες στις (A'.7) βάζουν αυστηρούς περιορισμούς τόσο στην ΚΕ υψηλών πυκνοτήτων όσο και στη μέγιστη μάζα των αστέρων νετρονίων. Προϋποθέτοντας όλα αυτά, η ΚΕ που είναι σε μέγιστο βαθμό *stiff* δίνεται από τη παρακάτω σχέση:

$$\left( \frac{v_s}{c} \right)^2 = \frac{\mathcal{E} - P/3}{P + \mathcal{E}}. \quad (\text{A'.8})$$

Αν τώρα θεωρήσουμε τις παρακάτω σχέσεις (όπου η δεύτερη ισχύει για  $T = 0$ )

$$\left( \frac{v_s}{c} \right)^2 = \frac{dP}{d\mathcal{E}}$$

$$P = n^2 \frac{d(\mathcal{E}/n)}{dn} = n \frac{d\mathcal{E}}{dn} - \mathcal{E},$$

συνδυάζοντάς τες με την (A'.8) προκύπτει η διαφορική εξίσωση

$$n^2 \frac{d^2\mathcal{E}}{dn^2} + \frac{n}{3} \frac{d\mathcal{E}}{dn} - \frac{4}{3}\mathcal{E} = 0. \quad (\text{A'.9})$$

Η λύση της εξίσωσης (A'.9) έχει την ακόλουθη μορφή

$$\mathcal{E}(n) = C_1 n^{a_1} + C_2 n^{a_2}, \quad a_1 = (1 + \sqrt{13})/3, \quad a_2 = (1 - \sqrt{13})/3 \quad (\text{A'.10})$$

ενώ αντίστοιχα για τη πίεση έχουμε

$$P(n) = C_1 n^{a_1} (a_1 - 1) + C_2 n^{a_2} (a_2 - 1). \quad (\text{A'.11})$$

Αν λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων (A'.10) και (A'.11), τότε βρίσκουμε

$$C_1 = \left( \frac{(2 + \sqrt{13})\mathcal{E}(n) + 3P(n)}{2\sqrt{13}} \right) n^{-\frac{1}{3}(1+\sqrt{13})} \quad (\text{A'.12})$$

και

$$C_2 = - \left( \frac{(2 - \sqrt{13})\mathcal{E}(n) + 3P(n)}{2\sqrt{13}} \right) n^{-\frac{1}{3}(1-\sqrt{13})}. \quad (\text{A'.13})$$

## Παράρτημα Β΄

# ΤΥΠΟΙ ΓΙΑ ΧΗΜΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ

Θεωρώντας ότι  $E \equiv E_b(n, x)$  είναι η ενέργεια ανά σωματίδιο της πυρηνικής ύλης τότε τα χημικά δυναμικά των νετρονίων και πρωτονίων δίνονται από τις σχέσεις

$$\mu_n = E_b + n \left( \frac{\partial E_b}{\partial n} \right) - x \left( \frac{\partial E_b}{\partial x} \right), \quad (\text{B'.1})$$

$$\mu_p = E_b + n \left( \frac{\partial E_b}{\partial n} \right) + (1 - x) \left( \frac{\partial E_b}{\partial x} \right). \quad (\text{B'.2})$$

Επίσης έχουμε

$$\frac{\partial \mu_p}{\partial n_p} = \frac{\partial \mu_p}{\partial n} + \frac{1 - x}{n} \frac{\partial \mu_p}{\partial x}, \quad (\text{B'.3})$$

$$\frac{\partial \mu_n}{\partial n_n} = \frac{\partial \mu_n}{\partial n} - \frac{x}{n} \frac{\partial \mu_n}{\partial x}, \quad (\text{B'.4})$$

$$\frac{\partial \mu_p}{\partial n_n} = \frac{\partial \mu_p}{\partial n} - \frac{x}{n} \frac{\partial \mu_p}{\partial x}. \quad (\text{B'.5})$$

Μετά από κάποιες αλγεβρικές πράξεις προκύπτει

$$\frac{\partial \mu_n}{\partial n_n} = 2 \left( \frac{\partial E_b}{\partial n} \right) + n \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial n^2} \right) - 2x \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial n \partial x} \right) + \frac{x^2}{n} \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial x^2} \right), \quad (\text{B'.6})$$

$$\frac{\partial \mu_p}{\partial n_p} = 2 \left( \frac{\partial E_b}{\partial n} \right) + n \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial n^2} \right) + 2(1 - x) \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial n \partial x} \right) + \frac{(1 - x)^2}{n} \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial x^2} \right), \quad (\text{B'.7})$$

$$\frac{\partial \mu_p}{\partial n_n} = 2 \left( \frac{\partial E_b}{\partial n} \right) + n \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial n^2} \right) + (1 - 2x) \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial n \partial x} \right) - \frac{x(1 - x)}{n} \left( \frac{\partial^2 E_b}{\partial x^2} \right). \quad (\text{B'.8})$$

# Βιβλιογραφία

- [1] Z. Arzoumanian, A. Brazier, S. Burke-Spolaor, S. Chamberlin, S. Chatterjee et al., *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **235**, 37 (2018).
- [2] J. Antoniadis, P. Freire, N. Wex, T. Tauris, R. Lynch et al., *Science* **340**, 1233232 (2013).
- [3] H. Cromartie, E. Fonseca, S. Ransom, P. B. Demorest, Z. Arzoumanian et al., *Nat. Astron.* **4**, 72 (2020).
- [4] M. Linares, T. Shahbaz, and J. Casares, *Astrophys. J.* **859**, 54 (2018).
- [5] P. Haensel, A. Potekhin, and D. Yakovlev, *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure* (Springer-Verlag, New York, 2007).
- [6] N.K. Glendenning, *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity*, (Springer, Berlin, 2000)
- [7] J. M. Lattimer, *New Astronomy Reviews* **54**, 101 (2010).
- [8] B. Link, R. I. Epstein, and J. M. Lattimer, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3362 (1999).
- [9] J.M. Lattimer and M. Prakash, *Phys. Rep.* **442**, 109 (2007).
- [10] A. Mann, *Nature* **579**, 20 (2020).
- [11] S. Koranda, N. Stergioulas, and J. L. Friedman, *Astrophys. J.* **488**, 799 (1997).
- [12] J.R. Oppenheimer and G.M. Volkoff, *Phys. Rev.* **55**, 374 (1939).
- [13] R.C. Tolman, *Phys. Rev.* **55**, 364 (1939).
- [14] J. M. Lattimer and M. Prakash, *Astrophys. J.* **550**, 426 (2001).
- [15] C.E. Rhoades and R. Ruffini, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 324 (1974).
- [16] J.B. Hartle, *Phys. Rep.* **46**, 201 (1978).
- [17] M. C. Miller and J. M. Miller, *Phys. Rep.* **548**, 1 (2015).

- [18] B. Kiziltan, A. Kottas, M. De Yoreo, and S.E. Thorsett, *Astrophys. J.* **778**, 66 (2013).
- [19] S.L. Shapiro and S.A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars* (John Wiley and Sons, New York, 1983).
- [20] S. Weinberg, *Gravitational and Cosmology: Principle and Applications of the General Theory of Relativity* (Wiley, New York, 1972), pages 47-52.
- [21] V. Kalogera and G. Baym, *Astrophys. J.* **470**, L61 (1996).
- [22] G.F. Burgio, M. Baldo, P.K. Sahu, A.B. Santra, and H.-J. Schulze, *Phys. Lett. B* **526**, 19 (2002).
- [23] H.-J. Schulze, A. Polls, A. Ramos, and I. Vidana, *Physical Review C* **73**, 058801 (2006).
- [24] J.M. Lattimer and M. Prakash, *From Nuclei to Stars*, edited by S. Lee (WorldScientific, Singapore, 2011), p.275.
- [25] N. K. Glendenning, *Phys. Rev. D* **46**, 4161 (1992).
- [26] S. Gandolfi, J. Carlson, and S. Reddy, *Phys. Rev. C* **85**, 032801(R) (2012).
- [27] A. Bauswein, T. W. Baumgarte, and H.-T. Janka, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 131101 (2013).
- [28] N. Chamel, P. Haensel, J.L. Zdunik, and A.F. Fantina, *Int. J. Mod. Phys. E* **22**, 1330018 (2013).
- [29] N. Chamel, A.F. Fantina, J.M. Pearson, and S. Goriely, *A&A* **553**, A22 (2013).
- [30] M. Dutra, O. Lourenco, and D.P. Menezes, *Phys. Rev. C* **93**, 025806 (2016).
- [31] C. Breu and L. Rezzolla, *MNRAS* **459**, 646 (2016),
- [32] J. M. Lattimer, *Astrophysics and Cosmology: Proceedings of the 26th Solvay Conference on Physics* (Editors: R. Blandford, D.Gross and A. Sevrin, 2014, World Scientific).
- [33] P. Bedaque and A.W. Steiner, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 031103 (2015).
- [34] T.S. Olson, *Phys. Rev. C* **63**, 015802 (2000).
- [35] E.E. Flanagan and T. Hinderer, *Phys. Rev. D* **77**, 021502 (2008).
- [36] T. Hinderer, *Astrophys. J.* **677**, 1216 (2008).



- [37] P. Koliogiannis and C. Moustakidis, *Phys. Rev. C* **101**, 015805 (2020).
- [38] T. Damour and A. Nagar, *Phys. Rev. D* **80**, 084035 (2009).
- [39] T. Hinderer, B.D. Lackey, R.N. Lang, and J.S. Read, *Phys. Rev. D* **81**, 1230161 (2010).
- [40] S. Postnikov, M. Prakash, and J.M. Lattimer, *Phys. Rev. D* **82**, 024016 (2010).
- [41] F.J. Fattoyev, J. Carvajal, W.G. Newton, and B.A. Li, *Phys. Rev. C* **87**, 015806 (2013).
- [42] B.D. Lackey and L. Wade, *Phys. Rev. D* **91**, 043002 (2015).
- [43] C. C. Moustakidis, T. Gaitanos, C. Margaritis, and G. A. Lalazisis, *Phys. Rev. C* **95**, 045801 (2017).
- [44] J. L. Friedman, J. R. Ipser, and R. D. Sorkin, *Astrophys. J.* **325**, 722 (1988).
- [45] J. M. Lattimer, M. Prakash, D. Masak, and A. Yahil, *Astrophys. J.* **355**, 241 (1990).
- [46] P. Haensel, J. Zdunik, M. Bejger, and J. Lattimer, *Astron. Astrophys.* **502**, 605 (2009).
- [47] N. Chamel, P. Haensel, J. Zdunik, and A. Fantina, *Int. J. Mod. Phys. E* **22**, 1330018 (2013).
- [48] E. D. Van Oeveren and J. L. Friedman, *Phys. Rev. D* **95**, 083014 (2017).
- [49] H. O. Silva and N. Yunes, *Classical Quantum Gravity* **35**, 015005 (2018).
- [50] J. Alsing, O. H. Silva, and E. Berti, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **478**, 1377 (2018).
- [51] D. M. Podkowka, R. F. P. Mendes, and E. Poisson, *Phys. Rev. D* **98**, 064057 (2018).
- [52] M. C. Miller, *Universe* **5**, 100 (2019).
- [53] C. Xia, Z. Zhu, X. Zhou, and A. Li, arXiv: 1906.00826.
- [54] N. Zhang, D. Wen, and H. Chen, *Phys. Rev. C* **99**, 035803 (2019).
- [55] L. Baiotti, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **109**, 103714 (2019).
- [56] Y.-L. Ma and M. Rho, *Phys. Rev. D* **100**, 114003 (2019).

- [57] J. Friedman and N. Stergioulas, *Rotating Relativistic Stars* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2013).
- [58] V. Paschalidis and N. Stergioulas, *Living Rev. Relativity* **20**, 7 (2017).
- [59] P. Haensel and J. Zdunik, *Nature (London)* **340**, 617 (1989).
- [60] J. M. Lattimer, *Universe* **5**, 159 (2019).
- [61] I. Tews, J. Margueron, and S. Reddy, *Eur. Phys. J. A* **55**, 97 (2019).
- [62] N. Stergioulas, computer code RNS, 1996, <http://www.gravity.phys.uwm.edu/rns/>.
- [63] N. Stergioulas and J. Friedman, *Astrophys. J.* **444**, 306 (1995).
- [64] H. Komatsu, Y. Eriguchi, and I. Hachisu, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **237**, 355 (1989).
- [65] G. Cook, S. Shapiro, and S. Teukolsky, *Astrophys. J.* **422**, 227 (1994).
- [66] A. Akmal, V. Pandharipande, and D. Ravenhall, *Phys. Rev. C* **58**, 1804 (1998).
- [67] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, V. B. Adya et al., *Phys. Rev. Lett.* **119**, 161101 (2017).
- [68] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, V. B. Adya et al., *Astroph. J. Lett.* **12**, 848 (2017).
- [69] C. J. Pethick and D. G. Ravenhall, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **45**, 429 (1995).
- [70] J.K. Lattimer, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **62**, 485 (2012).
- [71] A.L. Watts *et al*, *Rev. Mod. Phys.* **88**, 021001 (2016).
- [72] M. Oertel, H. Hempel, T. Klähn, and S. Typel, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 015007 (2017).
- [73] M. Baldo and G.F. Burgio, *Progr. Part. Nucl. Phys.* **91**, 203 (2016).
- [74] G. Giuliani, H. Zhenga and A. Bonasera, *Progr. Part. Nucl. Phys.* **76**, 116 (2014).
- [75] V. Graber, N. Andersson, and M. Hogg, *Int. J. Mod. Phys. D* **26**, 1730015 (2017).
- [76] B.A. Li, L.W. Chen, and C.M. Ko, *Phys. Rep.* **464**, 113 (2008).

- [77] *Topical Issue on Nuclear Symmetry Energy*, edited by B.A. Li, A. Ramos, G. Verde and I. Vidana, Eur. Phys. Journ. A **50**, 2 (2014).
- [78] N. Paar, C.C. Moustakidis, T. Marketin, D. Vretenar, and G.A. Lalazissis, Phys. Rev. C **90**, 011304(R), (2014).
- [79] M. Centelles, X. Roca-Maza, X. Viñas, M. Varda, Phys. Rev. Lett. **102**, 122502 (2009).
- [80] C.J. Horowitz and J. Piekarewitz, Phys. Rev. Lett. **86**, 5647 (2001).
- [81] G. Baym, H.A. Bethe and C.J. Pethick, Nucl. Phys. A **175**, 225 (1971).
- [82] C.J. Pethick, D.G. Ravenhall, and C.P. Lorenz, Nucl. Phys. A **584**, 675 (1995).
- [83] K. Oyamatsu and K. Iida, Phys. Rev. C **75**, 015801 (2007).
- [84] C. Ducoin, Ph. Chomaz, and F. Gulminelli, Nucl. Phys. A **789**, 403 (2007).
- [85] J. Xu, L. W. Chen, B. A. Li, and H. R. Ma, Astrophys. J. **697**, 1549 (2009).
- [86] J.M. Lattimer and Y. Lim, Astroph. J. **771**, 51 (2013).
- [87] J. Fang, H. Pais, S. Pratapsi, and C. Providencia, Phys. Rev. C **95**, 062801(R) (2017).
- [88] S. Kubis, Phys. Rev. C **76**, 025801 (2007).
- [89] S. Kubis, Phys. Rev. C **70**, 065804 (2004).
- [90] Ch. C. Moustakidis, T. Niksic, G. A. Lalazissis, D. Vretenar, and P. Ring, Phys. Rev. C **81**, 065803 (2010).
- [91] Ch.C. Moustakidis, Phys. Rev. C **86**, 015801 (2012).
- [92] J. Carriere, C. J. Horowitz, and J. Piekarewicz, Astrophys. J. **593**, 463 (2003).
- [93] H. Pais, A. Santos, L. Brito, and C. Providencia, Phys. Rev. C **82**, 025801 (2010).
- [94] H. Pais, A. Sulaksono, B. K. Agrawal, and C. Providencia, Phys. Rev. C **93**, 045802 (2016).
- [95] M. Fortin, C. Providencia, Ad.R. Raduta, F. Gulminelli, J.L. Zdunic, P. Haensel, and M. Bejger, Phys. Rev. C **94**, 035804 (2016).

- [96] T. Carreau, F. Gulminelli, and J. Margueron, *Eur. Phys. J. A* **55**, 55 (2019).
- [97] K. Oyamatsu, *Nucl. Phys. A* **561**, 431 (1993).
- [98] M. E. Caplan and C. J. Horowitz, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 041002 (2017).
- [99] B. K. Sharam, M. Centelles, X. Viñas, M. Baldo, and G. F. Burgio, *Astron. Astrophys.* **584**, A103 (2015).
- [100] B. Haskell and A. Melatos, *Int. J. Mod. Phys. D* **24**, 1530008 (2015).
- [101] W. C. G. Ho, C. M. Espinoza, D. Antonopoulou, and N. Andersson, *Sci. Adv.* **1**, e1500578 (2015).
- [102] T. Delsate, N. Chamel, N. Gurbelbeck, A. F. Fantina, J. M. Pearson, and C. Ducoin, *Phys. Rev. D* **94**, 023008 (2016).
- [103] L. Samuelsoon and N. Andersson, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **374**, 256 (2007).
- [104] H. Sotani, K. Iida, and K. Oyamatsu, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **470**, 4397 (2017).
- [105] O. Y. Gnedin, D. G. Yakovlev, and A. Y. Potekhin, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **324**, 725 (2001).
- [106] J. M. Lattimer, K. A. Van Riper, M. Prakash, and M. Prakash, *Astrophys. J.* **425**, 802 (1994).
- [107] L. Lindblom, B. J. Owen, and G. Ushomirsky, *Phys. Rev. D* **62**, 084030 (2000).
- [108] N. Andersson, *Astrophys. J.* **502**, 708 (1998).
- [109] J. L. Friedman and S. M. Morsink, *Astrophys. J.* **502**, 714 (1998).
- [110] J. L. Friedman and K. H. Lockitch, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **136**, 121 (1999).
- [111] N. Andersson and K. D. Kokkotas, *Int. J. Mod. Phys. D* **10**, 381 (2001).
- [112] N. Andersson, *Class. Quantum Grav.* **20**, R105 (2003).
- [113] K. D. Kokkotas and N. Stergioulas, *A&A* **341**, 110 (1999).
- [114] N. Andersson, K. Kokkotas, and B. F. Schutz, *Astrophys. J.* **510**, 846 (1999).
- [115] Ch. C. Moustakidis, *Phys. Rev. C* **91**, 035804 (2015).

- [116] P. Demorest, T. Pennucci, S. Ransom, M. Roberts, and J. Hessels, *Nature (London)* **467**, 1081 (2010).
- [117] A. G. Sabbadini and J. B. Hartle, *Astrophys. Space Sci.* **25**, 117 (1973).
- [118] J. B. Hartle and A. G. Sabbadini, *Astrophys. J.* **213**, 831 (1977).
- [119] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, in *Fluid Mechanics* (Pergamon, Oxford, 1987), pp. 251–254.
- [120] R. P. Feynman, N. Metropolis, and E. Teller, *Phys. Rev.* **75**, 1561 (1949).
- [121] G. Baym, C. Pethick, and P. Sutherland, *Astrophys. J.* **170**, 299 (1971).
- [122] S. Lawrence, J. G. Tervala, P. F. Bedaque, and M. C. Miller, *Astrophys. J.* **808**, 186 (2015).
- [123] C. L. Freyer, K. Belczynski, E. R. Ruiz, S. Rosswong, G. Shen, and A. W. Steiner, *Astrophys. J.* **812**, 24 (2015).
- [124] Ch. Margaritis, P. S. Koliogiannis, and Ch. C. Moustakidis, *Phys. Rev. D* **101**, 043023 (2020).
- [125] M. G. Alford, S. Han, and M. Prakash, *Phys. Rev. D* **88**, 083013 (2013).
- [126] I. Tews, J. Carlson, S. Gandolfi, and S. Reddy, *Astrophys. J.* **860**, 149 (2018).
- [127] K. Lo and L. Lin, *Astrophys. J.* **728**, 12 (2011).
- [128] F. Cipolletta, C. Cherubini, S. Filippi, J. Rueda, and R. Ruffini, *Phys. Rev. D* **92**, 023007 (2015).
- [129] P. Koliogiannis and C. Moustakidis, *Astrophys. Space Sci.* **364**, 52 (2019).
- [130] L. Tsaloukidis, Ch. Margaritis, and Ch. C. Moustakidis, *Phys. Rev. C* **99**, 015803 (2019).
- [131] H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **167**, 879 (1968).
- [132] D. G. Ravenhall, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 978 (1972).
- [133] D. G. Ravenhall, C. J. Pethick, and J. M. Lattimer, *Nucl. Phys. A* **407**, 571 (1983).

- [134] A. W. Steiner, M. Prakash, J. M. Lattimer, and P. J. Ellis, *Phys. Rep.* **411**, 325 (2005).
- [135] I. Tews, J. M. Lattimer, A. Ohnishi, and E. Kolomeitsev, *Astrophys. J.* **848**, 105 (2017).
- [136] K. Hebeler, J. M. Lattimer, C. J. Pethick, and A. Schwenk, *Astroph. J.* **773**, 11 (2013).
- [137] Y. Lim and J. W. Holt, *Phys. Rev. C* **95**, 065805 (2017).
- [138] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Ann. Phys.* **55**, 395 (1969).
- [139] M. Centelles, M. Del Estal, and X. Vinas, *Nucl. Phys. A* **635**, 193 (1998).
- [140] K. Kolehmainen, M. Prakash, J. M. Lattimer, and J. R. Treiner, *Nucl. Phys. A* **439**, 535 (1985).
- [141] N. N. Togawa, H. Toki, A. Haga, and S. Tamenaga, *Prog. Theor. Phys.* **122**, 1501 (2009).
- [142] D. Hofer and W. Stocker, *Nucl. Phys. A* **492**, 637 (1989).
- [143] J. L. Zdunik, M. Fortin, and P. Haensel, *Astron. Astrophys.* **599**, A119 (2017).
- [144] G. Baym, T. Hatsuda, T. Kojo, P. D. Powell, Y. Song, and T. Takastuka, *Rep. Prog. Phys.* **81**, 056902 (2018).
- [145] F. J. Fattoyev and J. Piekarewicz, *Phys. Rev. C* **82**, 025810 (2010).
- [146] W. G. Newton, M. Gearheart, and B. A. Li, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **204**, 9 (2013).
- [147] C. Gonzalez-Boquera, M. Centelles, X. Viñas, and A. Rios, *Phys. Rev. C* **96**, 065806 (2017).
- [148] Z. W. Liu, Z. Qian, R. Y. Xing, J. R. Niu, and B. Y. Sun, *Phys. Rev. C* **97**, 025801 (2018).
- [149] N. Andersson, K. Glampedakis, W. C. G. Ho, and C. M. Espinoza, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 241103 (2012).
- [150] N. Chamel, *Phys. Rev. C* **85**, 035801 (2012).
- [151] B. Link, *Astrophys. J.* **789**, 141 (2014).
- [152] G. Watanabe and C. J. Pethick, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 062701 (2017).

- [153] A. M. Raghoonundun and D. W. Hobill, *Phys. Rev. D* **92**, 124005 (2015).
- [154] L. Lindblom, B. J. Owen, and S. M. Morsink, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4843 (1998).
- [155] Y. Levin and G. Ushomirsky, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **324**, 917 (2001).
- [156] K. Glampedakis and N. Andersson, *Phys. Rev. D* **74**, 044040 (2006).
- [157] M. C. Papazoglou and Ch. C. Moustakidis, *Astrophys. Space Sci.* **361**, 98 (2016).
- [158] B. Haskell, N. Degenaar, and W. C. G. Ho, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **424**, 93 (2012).
- [159] D. H. Wen, W. G. Newton, and B. A. Li, *Phys. Rev. C* **85**, 025801 (2012).
- [160] A. L. Watts, B. Krishnam, L. Bildsten, and B. F. Schutz, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **389**, 839 (2008).
- [161] L. Keek, D. K. Galloway, J. J. M. in't Zand, and A. Heger, *Astrophys. J.* **718**, 292 (2010).
- [162] W. C. G. Ho, N. Andersson, and B. Haskell, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 101101 (2011).
- [163] L. Perot, N. Chamel, and A. Sourie, *Phys. Rev. C* **101**, 015806 (2020).
- [164] J. Piekarewicz and F.J. Fattoyev, *Phys. Rev. C* **99**, 045802 (2019).
- [165] A. M. Kalaitzis, T. F. Motta and A. W. Thomas, *Int. J. Mod. Phys. E* **28**(09), 1950081 (2019).
- [166] F. Gittins, N. Andersson, and J.P. Pereira, *Phys. Rev. D* **101**, 103025 (2020).
- [167] X. Zhou, A. Li, B.A. Li, R-mode Stability of GW190814's Secondary Component as a Supermassive and Superfast Pulsar (2021), arXiv: 2011.11934v2 [astro-ph].
- [168] B.P. Abbott *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 161101 (2018).
- [169] B.P. Abbott *et al.*, *Phys. Rev. X* **9**, 011001 (2019)
- [170] P. Haensel, J.L. Zdunik, and F. Douchin, *A&A* **385**, 301, (2002).
- [171] M. Colpi, S.L. Shapiro, and S.A. Teukolsky, *Astroph. J.* **339**, 318 (1989).

- [172] M. Prakash, I. Bombaci, M. Prakash, P. J. Ellis, J. M. Lattimer, and R. Knorren, Phys. Rep. **280**, 1 (1997).
- [173] Ch.C. Moustakidis and C.P. Panos, Phys. Rev. C **79**, 045806 (2009).
- [174] H.-P. Duerr, Phys. Rev. **103**, 469 (1956).
- [175] J. Walecka, Ann. Phys. **83**, 491 (1974).
- [176] B. D. Serot and J. D. Walecka, Int. J. Mod. Phys. E **6**, 515 (1997).
- [177] D. Vreternar, A. V. Afanasjev, G. A. Lalazissis, and P. Ring, Phys. Rep. **409**, 101 (2005).
- [178] B. D. Serot and J. D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16**, 1 (1986).
- [179] T. Gaitanos and M.M. Kaskulov, Nucl. Phys. A **899**, 133 (2013).
- [180] T. Gaitanos and M. Kaskulov, Nucl. Phys. A **940**, 181 (2015).
- [181] J. Boguta and A. Bodmer, Nucl. Phys. A **292**, 413 (1977).
- [182] K. Hebeler, J.M. Lattimer, C. J. Pethick, and A. Schwenk, Phys. Rev. Lett. **105**, 161102 (2010).
- [183] H. Heiselberg and M. Hjorth-Jensen, Phys. Rep. **328**, 237 (2000).
- [184] H. Heiselberg and M. Hjorth-Jensen, Astrophys. J. **525**, L45 (1999).
- [185] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer, Nucl. Phys. A **627**, 710 (1997).
- [186] M. Farine, J. M. Pearson, and F. Tondeur, Nucl. Phys. A **615**, 135 (1997).
- [187] F. Douchin and P. Haensel, Astron. Astrophys. **380**, 151 (2001).
- [188] W. Israel, Ann. Phys. (NY) **100**, 310 (1976).
- [189] W. Israel and J. M. Stewart, Ann. Phys. (NY) **118**, 341 (1979).
- [190] W. A. Hiscock and L. Lindblom, Ann. Phys. (NY) **151**, 466 (1983).
- [191] T. S. Olson, Ann. Phys. (NY) **199**, 18 (1990).
- [192] T. S. Olson and W. A. Hiscock, Phys. Rev. C **39**, 1818 (1989).
- [193] J. M. Lattimer and M. Prakash, arXiv:1012.3208.
- [194] A. W. Steiner, S. Gandolfi, F. J. Fattoyev, and W. G. Newton, Phys. Rev. C **91**, 015804 (2015).



- [195] C. Bertulani and J. Piekarewicz, *Neutron Star Crust*, (Nova, Space Science, Exploration and Policies, 2012).
- [196] M. Ferreira and C. Providencia, *Universe* **6**(11), 220 (2020).
- [197] B.A. Li and M. Magno, *Phys. Rev. C* **102**, 045807 (2020).
- [198] Ch. Margaritis, P.S. Koliogiannis, and Ch.C. Moustakidis, arXiv: 2102.10948.